MAT-KOL (Banja Luka)
XXII (1)(2016), 27-44
http://www.imvibl.org/dmbl/dmbl.htm

ISSN 0354-6969 (o)
ISSN 1986-5828 (o)

Процјена квалитета модела математичких задатака при тестирању кандидата (одржано 29.06.2015.) за упис на Машински факултет Универзитета у Бањој Луци

Даниел А. Романо

Педагошки факултет Бијељина, Универзитет у Источном Сарајеву
76300 Бијељина, Семберских ратара б.б., Б&Х
e-mail: bato49@hotmail.com

Abstract. In this paper, the author offers a reflection on the quality of mathematical tasks in the testing of candidates who applied for admission to the Faculty of Mechanical Engineering at Banja Luka University. The model used to assess quality leans on assessment developed by Belinda Huntley's in her dissertation in 2008.

Key words and phrases: *Mathematics assessment, quality index*

AMS Subject Classification (2010): **97A40, 97B70**
ZDM Subject Classification (2010)**: A40, B70**

Сажетак. У овом тексту, аутор нуди промишљања о процјени квалитета математичких задатака при тестирању кандидата пријављених за упис на Машински факултет Универзитета у Бањој Луци. Кориштени модел процјене квалитета наслања се на процјене развијене у дисертацији Белинда Хантли из 2008. године.

Кључне речи*: Математика процена, индекс квалитета*.

1. Увод

Један од циљева у домени 'Истраживање математичког образовања' требало би да буде установљавање процјена програма који подупиру развој математичких умијећа код ученика / студената. Сврсисходност и учинковитост таквих алгоритама у великој мјери зависи од квалитета питања / задатака који се постављају пред тестиране ученике / студенте (Stenmark, 1991). Питања / задаци које изабирамо и/или дизајнирамо за тестирање снажно одражава оно што ми као реализатори наставе математике и истраживачи математичког образовања вјерујемо да би требало да ученици / студенти знају, разумију и могу урадити. (Wiggins, 1989). Једно од питања које се само поставља је: 'Колико су питања / задаци, које постављамо ученицима / студентима, адекватна за досезање циљева наших намјера – установљавање нивоа математичких умјећа ученика / студената?'.

Сваке школске године реализатори наставе математике на техничким факултетима Универзитета у Бањој Луци утврђују ниво математичке писмености пријављених кандидата за упис на Универзитет (на примјер, погледати: Романо, 2013; Kosić-Jeremić and Preradović, 2014; Романо 2014; Romano, 2014a; Романо 2015; Crvenković et al, 2015; Maksimović and Boroja, 2016). Циљ овог текста је да се на један од наших модела установљавања математичких умјећа кандидата примјени алготирам процјене квалитета постављених питања / задатака аналоган моделу који је развила Белинда Хантли (Belinda Huntley) у својој дисертацији (Huntley, 2008).

Стицање више знања о адекватности и квалитету питања / задатака које се постављају могла би да подстакну реализаторе наставе математике у средњим школама да унаприједе своје програме реализације наставе математике.

2. Како описати 'добру процјену' улазног математичког теста?

Процјена успјешности у математичком образовању заснована је на свеобухватном тестирању пријављених кандидата. Одлука о начину и облицима тестирања доноси се на интуитивном нивоу реализатора тих тестирања. Избор типова питања / задатака и њихово дизајнирање, која се појављују у тестовима, често нису засnована на студиозним истраживањима. У нашој наставној пракси нису уочена претходна теоријска разматрања иако има практичних истраживања резултата таквих тестирања (погледати на примјер: Романо, 2013; Kosić-Jeremić and Preradović, 2014; Романо 2014; Romano, 2014a; Романо 2015; Crvenković et al, 2015; Maksimović and Boroja, 2016). Установљавања математичке писмености пријављених кандидата требало би да буду поуздана и валидна (Fuhrman,1996; Haladyna,1999; Niss,1993). Требало би да су процјене дизајниране на промишљен и смислен начин. Резултати таквих процјена кандидатске успјешности требало би да пружају важне информације о њиховим математичким умјећима. Ове информације, комбиноване са информацијама из других извора (као што су на примјер општи успјех али и оцјене из математике у сваком разреду претходно окончане средње школе) требало би да експонирају досегнуте нивое математичке писмености кандидата и промовишу друштвена опредјељења и факултетске ефективне поступке у досезању једнаких могућности у њиховом даљем факултетском образовању.

У зборнику „Истраживање процјењивања у математичком образовању“ (Niss, 1993), Могенс Нис (Mogens Niss) поентира да су 'Добра математичка питања' она питања / задаци која помажу да се установе како су изграђени математички концепти - теоријска питања (која омогућавају установљавање концептуалног знања), да се скрене пажња на уочена неразумијевања, али и она која омогућавају примјене алгоритама (установњавање процедуралних математичких знања). Томас Ромберг (Thomas A. Romberg), у зборнику „*Математичке процјене и евалуација*“ (Romberg, 1992, стр 125), износи критерије за мјерење 'добрих' математичких питања:

1. *Тест питања бе требало да одражавају савремени поглед на природу математике, тј. требало би да се посредством њих могу процјењивати размишљање, разумијевање и процедуре рјешавања математичких проблема много више од познавања алгоритамских манипулација и познавања чињеница*;
2. *Тест питања требало би да одражавају савремено знање и разумијевање како ученици уче*;
3. *Тест питања би требало да се базирају на квалитетну учионичку праксу*; и
4. *Не би требало да постоји дистинкција између математичких садржаја инволвираних у тест-питања, с једне стране, и математичког материјала предвиђеног официјелним наставним програмима математике, с друге стране*.

У дисертацији (Huntley, 2008) и касније публикованим текстовима (на примјер: Huntley et al, 2009a; Huntley, 2009b; Huntley et al, 2010), Белинда Хантли са сарадницима је развила један модел процјењивања квалитета питања / задатака са намјером да понуди одговор на питање: '*Како одлучити да ли је неко математика питање доброг или лошег квалитета?*' (Huntley, 2009a). У намјери да на то питање понуде задовољавајући одговор, ови аутори (Белинда Хантли, Џон Енхелбрехт и Енси Хардинг) конструисали су један модел, назван '*индекс квалитета*' (*QI*), за процјену квалитета и перцепцију квалитета питања / задатака у математичким тестовима.

3. Параметари

Понуђени *QI* модел за процјењивање колико је добро неко математике питање заснован је на слиједећим параметрима:

• 'Добро' питање би требало да омогућава *квалитетно раслојавање*; Другим ријечима, кандидати високих перформанси треба би да дају прихватљиве одговоре на такво питање, док би кандидати скромних перфоманси требало да или уопште не дају одговоре, или да дају одговоре који се разврставају у категорије неприхватљиве или потпуно промашњених информација. У овом тексту под ‘високим перформансама' подразумијеваћемо број кандидата чији су одговори вредновани са 4 или 5 бодова, под 'ниским перформансама' сматраћемо број кандидата чији су одговори вредновани са 1, 2 или 3 бода.

• *Кандидатска увјерења* о квалитету свог властитог одговора на такво питање требало би да су у директној кореcподенцији са комплескношћу питања;

• *Ниво комплексности питања* требало би да је правилно процјењен од стране онога ко врши евалуацију;

• Ниво комплексности питања не чини га добрим или лошим питањем; Питања веће компексности могу бити добра или лоше, баш као што и питања ниже комплексности такође могу бити добра или лоша.

Дакле, идентификују се слиједећа четри параметра:

(1) *Индекс раслојавања;*

(2) *Индекс увјерења;* и

(3) *Стручно мишљење*.

(4) *Ниво когнитивне захтјевности*

3.1 Индекс раслојавања

У којој мјери ће тест диференцирати кандидате један је од основних мјера квалитета задатка / питања. *Индекс раслојавања* (*DI*) се израчунава на слиједећи начин:

$$DI = (CH - CL) / N,$$

гдје је:

CH – број кандидата које разврставамо у групу виших перфоманси;
CL - број кандидата које разврставамо у групу нижих перфоманси;
N – број кандидата у обје групе.

Користећи ову дефиницију, индекс раслојавања варира у сегменту [-1, +1]. У идеализованом случају, требало би да је то број близу 1. Ако су бројеви *CH* и *CL* приближно једнаки, тада овај критериј даје несигнификантну информацију ($DI = 0$). Ако је број *CL* виши од броја *CH*, тј. када је *DI* негативан, то је сигнал испитивачу да се више фокусира на друге параметре.

3.2 Индекс увјерења

Индекс увјерења (*CI*) има своје корјене у друштвеним наукама, где се користи у анкетама. На примјер, у тексту Hasan et al, 1999 користи се индекс који је у вези са разликом између увјерења да кандидат зна или је способан да на прихватљив начин дође до одговора на постављено питање и властитих увјерења о довољном или недовољном знању. *CI* се уобичајено заснива на неком нивоу. На примјер, у раду Hasan et al, 1999 у употреби је скала (0 – 5), при чему код 0 означава најниже самопоуздање а код 5 највише. У једној од скорашњих студија (Engelbrecht, Harding and Potgieter, 2005) користи се скала (0 – 3). У овој студији ми ћемо се придржавати скале:

(0) Задатак је врло лако ријешити;
(1) Задатак је лако ријешити;
(2) Задатак је више лако него тешко ријешити;
(3) Задатак је више тешко него лако ријешити;
(4) Задатак је тешко ријешити; и
(5) Задатак је врло тешко ријешити.

3.3 Стручно мишљење (*EO*)

За потребе ове студије затражено је од колега са других техничких факултета истог универзитета да процјене питања и задатке у једном од модела тестирања кандидата који се пријављују на Машински факултет. Скала за вредновање стручног мишљења је слиједећа:

(0) Кандидат ће лако пронаћи / конструисати рјешење задатка;
(1) Задатак је просјечне комплексности;

(2) Кандидат ће уз потешкоће ријешити задатак; и

(3) Кандидат ће уз знатне потешкоће ријешити задатак или га уопште неће ријешити.

3.4 Ниво когнитивне захтјевности

Наше дугогодишње искуство реализатора наставе математике је основа за балансирање когнитивних захтијевности питања / задатака укључених у тесту. Ми се, у већини случајева, ослањамо на Bloom's (Anderson et al, 2001), MATH (Smith et al, 1996), SOLO (Biggs and Collis, 1982) и/или AC таксономију (Huntley et al, 2009). Индекс когнитивне захтјевности / индекс комплексности задатка процјењујемо категоријама поменутих таксономија али и на слиједећи начин:

$$HCC = \frac{\text{број коректних одговора}}{\text{укупан број тестираних кандидата}}, \quad LCC = \frac{\text{број изостављених одговора}}{\text{укупан број тестираних кандидата}}$$

Ако број *HCC* није велики а број *LCC* јесте, тада процјењујемо да кандидати мисле да је задатак когнитивно комплексан.

4. Методологија истраживања

4.1. Учесници

За потребе овог текста, анализирамо резултате пријемног тестирања математичке писмености кандидата који су се пријавили за упис на Машински факултет Универзитета у Бањој Луци 29.06.2015. године. Тестирано је 134 кандидата писменим тестом који је садржавао по 10 задатака. Дакле, прегледано је и процијењено скоро 1300 понуђених рјешења тих задатака.

4.2. Модел

Задаци (сваки задатак вреднован је са 5 бодова)

1. Ако је А = $\frac{4^{-2}+3^{-4}}{0.5-3^{-1}} \cdot (0.5+3^{-1})^{-1}$ - 3^{-1} - $81^{\frac{-1}{4}}$, онда је квадратни корјен броја A^{-1} једнак: (а) 2; (б) -2, (в) $\frac{-1}{2}$; (г) $\frac{1}{3}$; (д) $\frac{1}{2}$; (е) не може се израчунати.

2. Одреди вриједност параметра $p \in \boldsymbol{R}$ тако да полином $f(x) = 2x^2 + (p+1)x - p$ има тачно један реалан позитиван корјен.

3. 588 путника мора се превести из једног мјеста у друго ради чега ће путници користити два различита воза. Једна композиција садржи само вагоне од 12 мјеста, док се у другој композицији налазе само вагони са 16 мјеста. Претпоставимо да овај последњи воз има осам вагона више него прва композиција. Колико вагона најмање треба да имају обје композиције да би се сви путници превезли?

4. Ако је функција $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ таква да за свако $x > 0$ вриједи $2f(x) + 3f\left(\frac{2012}{x}\right) = 5x$ одредити $f(6)$.

5. За скупове A = {2, 4, 6, 8, ...}, B = {4, 8, 12, 16, ...} одредити: **5.1**. $A \cup B$; **5.2**. $A \cap B$; **5.3**. A \ B; **5.4**. B \ A .

6. У уређеном пољу (**R**,+,0,·,1,≤) реалних бројева ријеши јеначине и неједначине
(**6.1**) $-5 \cdot x^2 \geq 12$, (**6.2**) $-4 \cdot (x-1)^2 < 6$. (**6.3**) $x^2 - 2 = 0$. (**6.4**) $a \cdot x^2 \leq b$ ($a,b \in \boldsymbol{R}$)

7. Када користимо taxi, плаћамо 'полазни тошак' у износ од 2.00 КМ и 0.60 КМ по пређеном километру. Одговорите на слиједећа питања: (**7.1**) Од чега зависи трошак једног кориштења taxi-а? (**7.2**) Ако платимо *y* КМ за једно кориштење taxi-а, при пређених *x* колометара, прикажи *y* као функцију величине *x*. (**7.3**) Направи кратку табелу међузависности величина *x* и *y*. (**7.4**) Опиши како се конструише граф ове функције. (**7.5**) Ако је за једно кориштење taxi-а плаћено 10 КМ, колико километара је пређено? (**7.6**) Ако је при кориштењу taxi-а taxi-шоферу дато 10 КМ, које све могуће рате су плаћене, и колико је кусур при свакој од тих рута?

8. Ријешити неједначину $\frac{4-3x}{x-2} \geq 2$.

9. **А**ко у поља на шаховској плочи стављамо зрна кукуруза почевши од једног зрна на првом пољу а у сваком слиједећем пољу дупло, колико зрна кукуруза има на последњем пољу, а колико зрна кукуруза има на шаховској плочи?

10. (**10.1**) Нацртај квадрат. Спој средине сусједних страница. Тако се добија нови квадрат. Ако поновимо процедуру за овај квадрат, добија се трећи квадрат. И тако даље ... добија се низ уметнутих квадрата. (**10.2**) Напиши неколико чланова и *општи члан* низа дужина страница тих квадрата. (**10.3**) Напиши неколико чланова и *општи члан* низа површина тих квадрата.

Према ставу 6.6. Општих одредаба конкурса на Универзитет у Бањој Луци право уписа немају кандидати који на пријемном испиту нису остварили најмање 15 бодова.

4.3. Дефиниција 'Индекса квалитета'

Индекс квалитета (*QI*) дефинише се (Huntley, 2008) на слиједећи начин:

$$QI = \frac{\sqrt{3}}{4}(DI + CI + EO).$$

На њега се може гледати као на *површина* троугла у радарском графикону.

У намјери да упоређујемо поменута три критерија те да их приказујемо у радарском графикону, стандардизоваћемо добијене резултате између 0 и 1 посредством слиједећих трансформација:

$$(DI)\ \ f: [-1, 1] \ni x \to \frac{x+1}{2} \in [0, 1],\ \ (CI)\ \ g: [0, 5]_Z \ni x \to \frac{x}{5} \in [0, 1],$$

$$(EO)\ \ h: [0, 3]_Z \ni x \to \frac{x}{3} \in [0, 1],$$

при чему $[0, 3]_Z$ и $[0, 5]_Z$ означавају сегменте у уређеном прстену $\boldsymbol{Z}$ цијелих бројева.

5. Анализа модела и процјена кандидатске успјешности

У овом моделу процјењивања квалитета задатака, ослањајући се на искуства других истраживача математичког образовања (на примјер: Huntley, 2008; Huntley et al, 2009a; Huntley et al, 2009b), будући да нисмо правили адаптацију вриједности параметара, придржаваћемо се процјене

$$\text{Задатак је доброг квалитета ако је } QI \geq QI_{sr},$$

$$\text{Задатак је нижег квалитета ако је } QI < QI_{sr}$$

Средња вриједност параметра QI у овом истраживаном и примјењеном моделу је $QI_{sr} \approx 0.6928$.

Код '∅' означава да кандидат није понудио ништа као одговор на постављено питање у задатку. Код '0' значи да су информације, које је кандидат понудио као одговор на постављена питања у задатку, биле потпуно неприхватљиве.

Задатак 1. Процјена успјешности

Број бодова	∅	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Σ**
Успјешност	15	38	16	11	3	4	47	**134**
Успјешност (%)	11.19	28.36	11.94	8.21	2.24	2.99	35.07	**100**

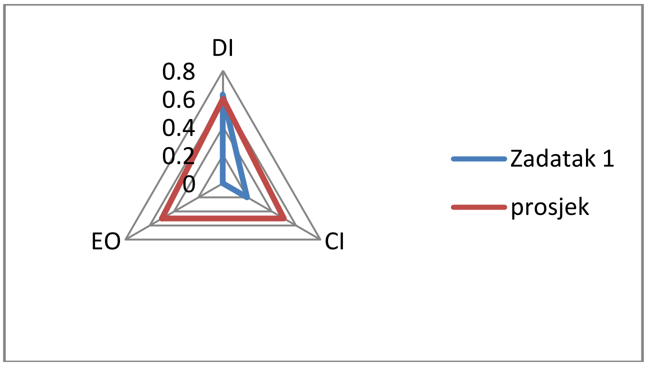
Циљеви задатка су установљавање нивоа аритметичког мишљења и нивоа процедуралних вјештина кандидата. Задатак је типа 1 (SOLO такс.) и техничке је природе (АТ такс.), осносно припада категорији А3 (MATH такс.). Просјечан број 'освојених' бодова кандидата који су покушали да пронађу рјешење овог задатка (N = 119) износи 2.5. Иако није могуће реконструисати мотиве (будући да је сваки задатак био вреднован са 5 бодова), 15 кандидата (или 11.19%) је процијенило да не треба трошити вријеме и енергију у рјешавању овог задатка. 54 (38 са 0 бодова и 16 са 1 бод) кандидата (или 40.3%) погрешно је процјенило своје компетенције у вези са својим аритметичким вјештинама. Овај високи проценат снажно поентира самоувјереност кандидата. Он егзактно говори и о неприхватљивим друштвено-математичким нормама које је усвојио знатан број тестираних кандидата.

Процјена квалитета: Параметри

$$DI = \frac{51-30}{81} = 0.259;\ \ HCC = \frac{51}{134} = 0.381;\ \ LCC = \frac{15}{134} = 0.112;\ CI = 1;\ EO = 0$$

$$QI = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(0.6295 + \frac{1}{5} + \frac{0}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.6295 + 0.2 + 0) \approx 0.359$$

Иако задатак и његово рјешавање показује ($DI = 0.259 \in [-1,1]$, односно $0.6295 \in [0,1]$) да омогућава релативно успјешно раслојавање пријављених кандидата, због скромне когнитивне захтјевности и екстремно ниског броја бодова ($EO = 0$) као експертског нишљења, овај задатак се процјењује као ниско сигнификантан за установљавање математичке писмености тестираних кандидата.



Графикон 1: Визуелна репрезентација параметра $QI \approx 0.359$ за Задатак 1.

Задатак 2. Процјена успјешности

Број бодова	∅	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Σ**
Успјешност	12	29	3	2	0	4	84	**134**
Успјешност (%)	8.96	21.64	2.24	1.49	0.0	2.99	62.69	**100**

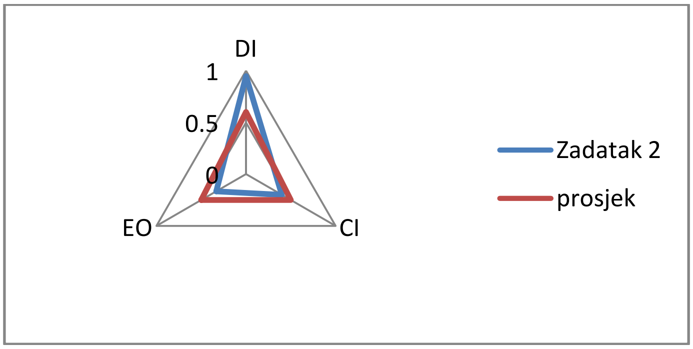
Задатак је конструисан са циљем установљавања алгебарског мишљења на нивоу другог разреда средње школе.

Процјена квалитета: Параметри

$$DI = \frac{88 - 5}{93} = 0.892;\ \ HCC = \frac{88}{134} = 0.657;\ \ LCC = \frac{12}{134} = 0.09;\ CI = 2;\ EO = 1$$

$$QI = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(0.946 + \frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.946 + 0.4 + 0.333) \approx 0.727$$

Задатак омогућава снажно раслојавање. Није претјерано когнитивно захтјеван. Ипак, 41 (или 30.5%) кандидата или није уопште понудило одговор или је понудило неприхватљив одговор на ово питање. 88 (или 65.67%) кандидата понудило је прихватљив или потпуно прихватљив одговор. Овај задатак је сигнификантан за установљавање математичких умијећа тестираних кандидата.



Графикон 2: Визуелна репрезентација параметра $QI \approx 0.727$ за Задатак 2.

Задатак 3. Процјена успјешности

Број бодова	∅	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Σ**
Успјешност	22	17	1	10	1	2	81	**134**
Успјешност (%)	16.42	12.69	0.75	7.46	0.75	1.49	60.45	**100**

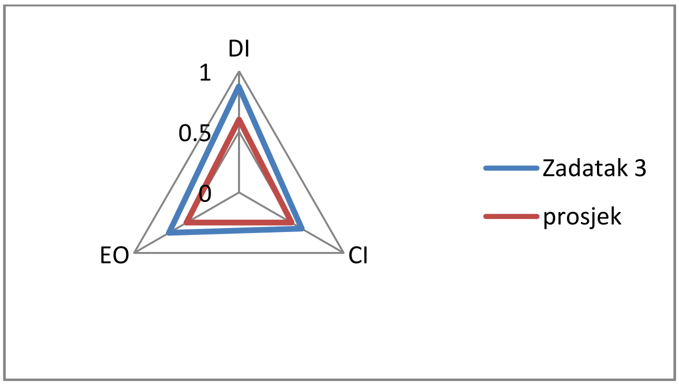
Задатак овог типа је нелинеарно сложени аритметички задатак. Будући за његово рјешавање захтијева разумијевање концепта *'математичког окружења'* и концепата *'једначина и неједначина'* поступак рјешавања задатка благо приближава овај задатак домени алгебре. Зато је разврстан у категорију аритметичко-раноалгебарских задатака. Типови ових задатака су класични задаци унутар Теорије реалистичког математичког образовања. Зато се очекивала висока успјешност у понуђеним одговорима на ово питање. Осим поступка моделирања, тј. превођења контекста у математички систем једне неједначине и једне једначине у полупрстену природних бројева требало је узимати у обзир и (у дијелу у коме се рјешава систем од једне једначине и једне неједначине) услове (*друга композиција има 8 вагона више од прве композиције*) под којима је требало пронаћи рјешење проблема. Наравно, рјешавање овог проблема спада у уни-структурални ниво али и у мулти-структурни ниво (у дијелу линеране математизације и процјењивања квалитета добијеног рјешења) према SOLO таксономији.

Процјена квалитета: Параметри

$$DI = \frac{83 - 12}{95} = 0.747;\ \ HCC = \frac{83}{134} = 0.619;\ \ LCC = \frac{22}{134} = 0.164;\ CI = 3;\ EO = 2$$

$$QI = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(0.874 + \frac{3}{5} + \frac{2}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.874 + 0.6 + 0.667) \approx 0.927$$

Задатак омогућава снажно раслојавање. Когнитивно је захтијеван. 39 (или 29.1%) кандидата или није уопште понудило одговор или је понудило неприхватљив одговор на ово питање. 83 (или 61.94%) кандидата понудило је прихватљив или потпуно прихватљив одговор. Овај задатак је високо сигнификантан за установљавање математичких умијећа тестираних кандидата.



Графикон 3: Визуелна репрезентација параметра $QI \approx 0.927$ за Задатак 3.

Задатак 4. Процјена успјешности

Број бодова	∅	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Σ**
Успјешност	48	36	7	8	2	2	31	**134**
Успјешност (%)	35.82	26.67	5.22	5.97	1.49	1.49	23.13	**100**

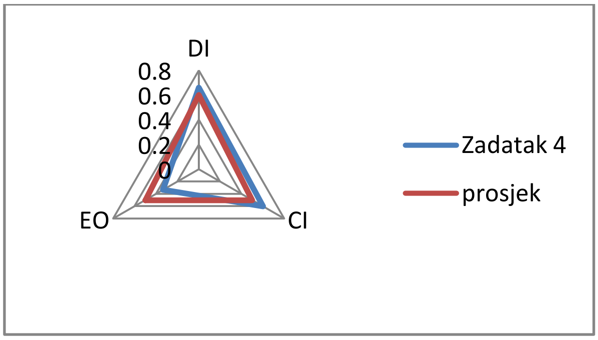
Сагледавање поступака које студенти примјењују при конструисању одговора на постављена питања овог задатка омогућава установљавање нивоа развијеног алгебарског мишљења код њих.

Процјена квалитета: Параметри

$$DI = \frac{33-17}{50} = 0.32;\ \ HCC = \frac{33}{134} = 0.246;\ \ LCC = \frac{48}{134} = 0.358;\ CI = 3;\ EO = 1$$

$$QI = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.66 + \frac{3}{5} + \frac{1}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.66 + 0.6 + 0.333) \approx 0.690$$

Задатак не омогућава снажно раслојавање. Когнитивно је захтијеван. 84 (или 62.69%) кандидата или није уопште понудило одговор или је понудило неприхватљив одговор на ово питање. Тек 33 (или 24.63%) кандидата понудило је прихватљив или потпуно прихватљив одговор. Овај задатак, иако је $QI = 0.690 < 0.6928 \approx QI_{sr}$, ипак јесте довољно сигнификантан за установљавање математичких умијећа тестираних кандидата.



Графикон 4: Визуелна репрезентација параметра $QI \approx 0.690$ за Задатак 4.

Задатак 5. Процјена успјешности

Број бодова	∅	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Σ**
Успјешност	19	19	8	15	1	21	51	**134**
Успјешност (%)	14.18	14.18	5.97	11.19	0.75	15.76	38.06	**100**

Основни циљ овог задатка је установљавање елемената скуповно-релацијског мишљења проналажењем одговора на питања да ли кандидати: (а) Разумију употребу витичастих заграда? (б) Разумију употребу графичког сомбола ... (три водоравне тачке)? (в) Препознају предикате којима су детерминисани подскупови A и B скупа **N** природних бројева? (г) Знају концепте уније, пресјека и разлике међу скуповима?

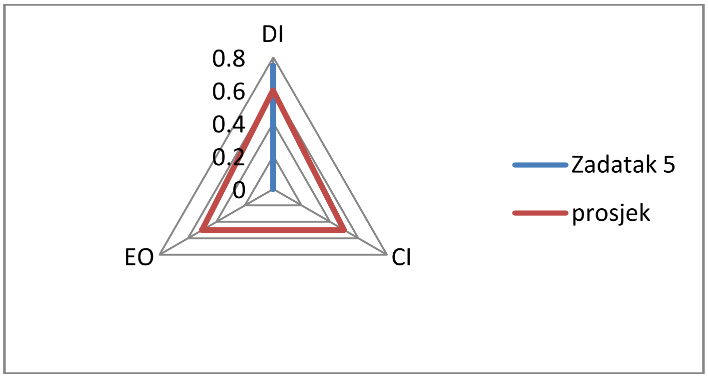
Процјена квалитета: Параметри

$$DI = \frac{72 - 24}{96} = 0.50;\ \ HCC = \frac{72}{134} = 0.537;\ \ LCC = \frac{19}{134} = 0.142;\ CI = 0;\ EO = 0$$

$$QI = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(0.75 + \frac{0}{5} + \frac{0}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.75 + 0.00 + 0.00) \approx 0.325$$

Циљ, према Bloom's таксономији, овог задатка је утврђивање нивоа скуповно-релацијског мишљења код тестираних кандидата. Екстремно је ниске комплексности. Очекивало се да ће га сви кандидати афирмативно ријешити. Састојао се у препознавању концепата операција са скуповима - уније, пресјека и разлике.

Задатак омогућава раслојавање. Колоквијалним рјечником говорећи, од кандидата се тражило да препознају начин записивања скупова и разумију употребљене графичке симболе у том записивању. Није прихватљиво да чак 38 (или 28.36%) кандидата или није уопште понудило одговор или је понудило неприхватљив одговор на ово питање. 72 (или 53.73%) кандидата понудило је прихватљив или потпуно прихватљив одговор. Ипак, због екстемно ниске когнитивне комплексности, овај задатак није сигнификантан за установљавање математичких умијећа тестираних кандидата.



Графикон 5: Визуелна репрезентација параметра $QI \approx 0.325$ за Задатак 5.

Задатак 6. Процјена успјешности

Број бодова	∅	0	1	2	3	4	5	Σ
Успјешност	9	22	80	9	0	12	2	**134**
Успјешност (%)	6.72	16.42	59.70	6.72	0.00	8.96	1.49	**100**

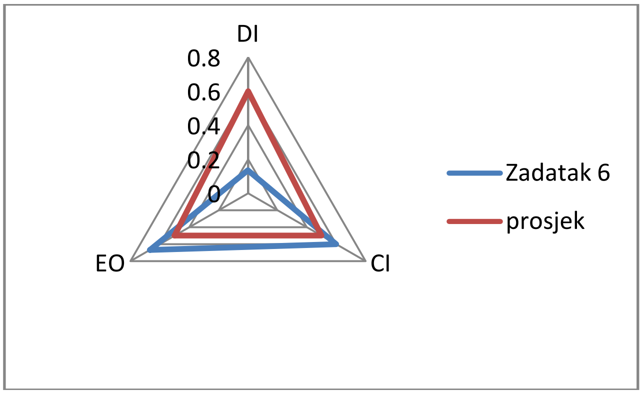
Циљеви задатка су утврђивање нивоа алгебарског мишљења код тестираних кандидата. Ријеч је квадратним једначинама и неједначинама. Од кандидата се очекивало да покажу знања и разумијевања у вези са релацијама уређења у пољу ***R*** реалних бројева. Задатак је когнитивно комплексан (дијелови (6.1), (6.2) и (6.4)). Требало је да кандидати експонирају да разумију компативилност операција у пољу ***R*** са релацијама поретка у том пољу, да су овладали вјештинама примјене одговарајућих процедура за рјешавања таквих неједначина. Међутим, 31 кандидат (или 23.13%) није понудио никакво или је понудио попуно неприхватљиве одговоре на захтјеве овог задатка. Сигнификантно је да је број кандидата који су били увјерени да знају и могу ријешити овај задатак доста висок – 80 (или 59.7%) иако информације, које су понудили, нису биле квалитетне.

Процјена квалитета: Параметри

$$DI = \frac{14-89}{103} = -0.728;\ \ HCC = \frac{14}{134} = 0.104;\ \ LCC = \frac{9}{134} = 0.067;\ CI = 3;\ EO = 2^{1}$$

$$QI = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.136 + \frac{3}{5} + \frac{2}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.136 + 0.6 + 0.667) \approx 0.607$$

Задатак је, због $QI = 0.607 < QI_{sr} \approx 0.6928$ скоро квалитетан за процјену математичких умијећа тестираних кандидата. Процјењујемо да би задатак био сигнификантнији да је изостављен дио (6.4).



Графикон 6: Визуелна репрезентација параметра $QI \approx 0.607$ за Задатак 6.

Задатак 7. Процјена успјешности

Број бодова	∅	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Σ**
Успјешност	17	11	10	27	13	28	28	**134**
Успјешност (%)	12.69	8.21	7.42	20.15	9.7	20.9	20.9	**100**

Ово је класични задатак за процјену развоја алгебарског мишљења код тестираних кандидата.

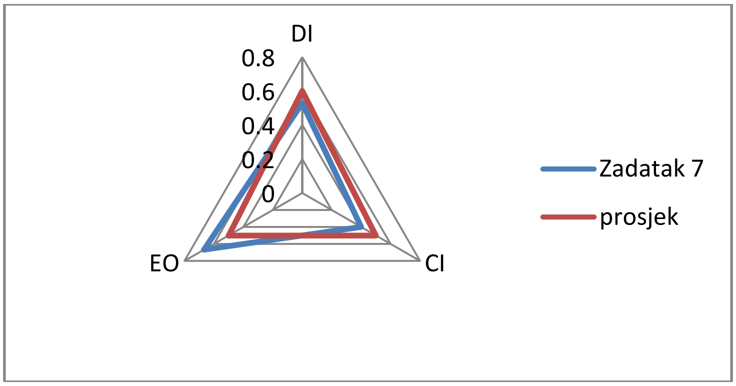
Процјена квалитета: Параметри

$$DI = \frac{56-50}{106} = 0.057;\ \ HCC = \frac{56}{134} = 0.418;\ \ LCC = \frac{17}{134} = 0.127;\ CI = 2;\ EO = 2$$

$$QI = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.5285 + \frac{2}{5} + \frac{2}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.5285 + 0.4 + 0.667) \approx 0.691$$

[1] Међу експертима је принустан став како свршени ученици средњих школа не препознају алгебарске структуре, да би слоган 'уређено поље ($\mathbf{R}$,+,0,·,1,≤) реалних бројева' могао бити узнемирујућа информација кандидатима.

Задатак је, иако је $QI = 0.691 < QI_{sr} \approx 0.6928$ ипак значајано квалитетан за процјену математичких умијећа тестираних кандидата.



Графикон 7: Визуелна репрезентација параметра $QI \approx 0.691$ за Задатак 7

Задатак 8. Процјена успјешности

Број бодова	∅	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Σ**
Успјешност	5	56	8	4	3	13	45	**134**
Успјешност (%)	3.71	41.79	5.79	2.98	2.24	9.7	33.58	**100**

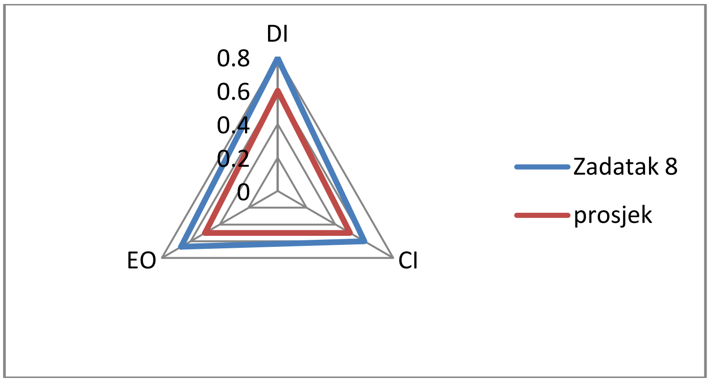
Овај задатак, осим што подразумијева установљавање нивоа развоја алгебарског мишљења код тестираних кандидата, омогућава установљавање и елемената логичког мишљења.

Процјена квалитета: Параметри

$$DI = \frac{58-15}{73} = 0.589;\ \ HCC = \frac{58}{134} = 0.433;\ \ LCC = \frac{5}{134} = 0.037;\ CI = 3;\ EO = 2$$

$$QI = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.7945 + \frac{3}{5} + \frac{2}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.7945 + 0.6 + 0.667) \approx 0.893$$

Задатак, будући да је $QI_{sr} \approx 0.6928 < QI = 0.893$, високо је сигнификантан за процјену математичких умијећа тестираних кандидата.



Графикон 8: Визуелна репрезентација параметра $QI \approx 0.893$ за Задатак 8

Задатак 9. Процјена успјешности

Број бодова	∅	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Σ**
Успјешност	30	31	9	30	4	3	27	**134**
Успјешност (%)	22.39	23.13	6.72	22.39	2.98	2.24	20.15	**100**

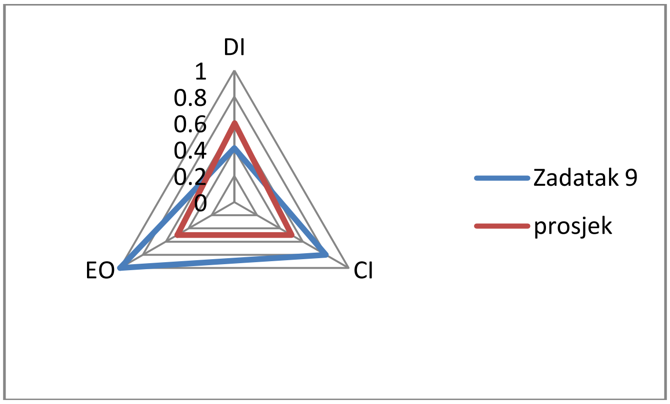
Ово је алгебарски задатак који нам омогућва препознавање нивоа вишег алгебарског мишљења код тестираних кандидата. Од кандидата се очекивало да препознају геометријски низ, да знају њехов општи члан и да умију да израчунају парцијалну суму тог низа.

Процјена квалитета: Параметри

$$DI = \frac{30-43}{73} = -0.178;\ \ HCC = \frac{30}{134} = 0.224;\ \ LCC = \frac{30}{134} = 0.224;\ CI = 4;\ EO = 3$$

$$QI = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.411 + \frac{4}{5} + \frac{3}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.411 + 0.8 + 1.0) \approx 0.957$$

Како је $QI_{sr} \approx 0.6928 < 0.957 = QI$, овај задатак има висок квалитет за процјену математичких умијећа тестираних кандидата.



Графикон 9: Визуелна репрезентација параметра $QI \approx 0.957$ за Задатак 9

Задатак 10. Процјена успјешности

Број бодова	∅	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Σ**
Успјешност	16	13	49	20	7	10	19	**134**
Успјешност (%)	11.94	9.7	36.57	14.93	5.22	7.46	14.18	**100**

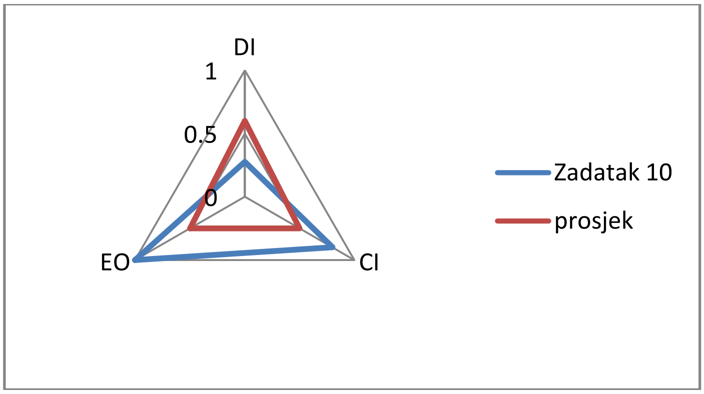
Циљ задатка је установљавање нивоа геометријског мишљења. Према ван Хиеловој класификацији, задатак је типа 2. Од кандидата се очекивало да: препознају квадрат, препознају концепт 'сусједне странице', разумију концепт 'низа уметнуких квадрата', знају, на интуитивном (ниво 0) и аналитичком нивоу (ниво 1), да процјене мјере дужина страница и површина уметнутог низа квадрата; конструишу опште чланове тих низова.

Процјена квалитета: Параметри

$$DI = \frac{29-76}{105} = -0.448;\ \ HCC = \frac{29}{134} = 0.216;\ \ LCC = \frac{16}{134} = 0.12;\ CI = 4;\ EO = 3$$

$$QI = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.276 + \frac{4}{5} + \frac{3}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{4}(0.276 + 0.8 + 1.0) \approx 0.899$$

Како је $QI_{sr} \approx 0.6928 < 0.899 = QI$, овај задатак има висок квалитет за процјену математичких умијећа тестираних кандидата.



Графикон 10: Визуелна репрезентација параметра $QI \approx 0.899$ за Задатак 10

Закључак

Прије тестирања кандидата, модел процјењујемо елементима Bloom's, MATH, SOLO и AT таксономија. Комплетан модел дизајнирамо тако да, у складу са Bloom's таксономијом, омогућава нам регистрацију компонената когнитивног и афектиовног домена код тестираних кандидата. MATH и AT таксономија, у складу са својим специфичностима, помажу нам да сагледамо активности које ће тестирани кандидати морати реализовати да би конструисали прихватљиве одговоре на постављена питања и/или прихватљива рјешења на постављене задатке. Категоријама SOLO и AT таксономија процјењујемо комплексност питања / задатака, односно процјењујемо нивое когнитивних захтјевности постављених питања / задатака. Анализу повратних информација, по реализованом тестирању пријављених кандидата, обрадимо елементима статистичке анализе. То нам омогућава да, користећи категорије Huntley модела, процјењујући прикупљене повратне информације реализације теста, стекнемо увид у сигнификантност коресподенције између питања и задатака у тесту, с једне стране, и математичких умијећа тестираних кандидата, с друге стране.

Проведена анализа сигнификантности кориштених задатака у тесту заснована је само на резултатима овог тестирања. Дакле, будући да се рачуна средња вриједност параметра *QI* неки од задатака су сигурно испод просјека. Квалитет дизајнираних / изабраних задатака у овом моделу теста за утврђивање математичке писмености кандидата, осим у два случаја (Задатак 1. и Задатак 5) је задовољавајући (задаци: 4, 6, 7) или је знатно изнад просјека (задаци 2, 3, 8, 9, 10). Наравно, овај параметар не може бити једини параметар за процјену квалитета задатака. Он може бити само допуна у настојањима да се прикупе сазнања о квалитету изабраних и/или дизајнираних задатака посредством других таксономија.

Компарирање задатка овог модела и процјену успјешности кандидата третираним овим тестом са показатељима прикупљеним ранијих година (Романо, 2013; Романо 2014; Romano, 2014a; Романо 2015; Crvenković et al, 2015) формира се слутња да се ова генерација пријављених кандидата снажно разликује од претходних. Увид у знатно поузданије иформације стекао би се да је анализа прављена на основу показатеља прикупљених вишегодишњим посматрањем припрема и реализација тестирања кандидата.

Истраживачко питање '*Како одлучити да ли је неки математички задатак значајан или мање значајан за утврђивање математичких умјиећа тестираних кандидата*?' је отворено питање. Детерминисање термина '*добар квалитет'* и *'мање добар квалитет'* задатка / питања је субјективно. Још увијек не постоји усклађеност истраживача математичког образовања у вези са тим питањима. Модел који су понудили Белинда Хантли, Џон Енхелбрехт и Енси Хардинг (Huntley, 2008; Huntley et al, 2009a; Huntley et al, 2009b) даје неке мјерљиве резултате.

Напомена. Аутор се захваљује колегиницама *Сњежани Максимовић* (ЕТФ Бања Лука) и *Сандри Косић-Јеремић* (АГГФ Бања Лука) које су стрпљиво читале текст током његовог настајања и чије су примједбе значајно подигле квалитет понуђених информација.

Литература

[1] Anderson, L. W., Krathwohl, D. R., and Bloom, B. S. (2001), *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives*. Boston, MA: Ally & Bacon.

[2] Biggs, J.B. and Collis, K.F. (1982), *Evaluating the Quality of Learning: The SOLO Taxonomy, Structure of the Observed Learning Outcome*; Academic Press, London.

[3] Crvenković, S. Mrđa, M., Romano, D.A., Zubac, M. (2015), Analiziranje matematičkih zadataka korištenjem MATH taksonomije, *ИМО – Истраживање математичког образовања*, Vol. **VII** (2015), Broj 13: 1-12.

[4] Engelbrecht, J., Harding, A. and Potgieter, M. (2005), Undergraduate students' performance and confidence in procedural and conceptual mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, **36**(7), 701-712.

[5] Fuhrman, M. (1996). Developing good multiple choice tests and test questions. *Journal of Geoscience Education*, **44**: 379-384.

[6] Haladyna, T.M. (1999). *Developing and validating multiple choice test items*. (2nd ed.). Mahwah, NT: Lawrence Erlbaum.

[7] Hasan, S., Bagayako, D. and Kelley, E.L. (1999), Misconceptions and the Certainty of Response Index (CRI). *Physics Education*, **34** (5): 294-299.

[8] Huntley, B. (2008), *Comparing different assessment formats in undergraduate mathematics*. Ph.D. Thesis, University of Pretoria, Pretoria; Retrieved from http://upetd.up.ac.za/thesis/available/etd-01202009-163129/

[9] Huntley, B., Engelbrecht, J. and Harding, A. (2009), An assessment component taxonomy for alternative mathematics assessment formats. In: D. Wessels (Ed.), *Proceedings of the 7th Southern Right Delta Conference on the Teaching and Learning of Undergraduate Mathematics and Statistics* (pp. 117–128). Gordons Bay, South Africa: International Delta Steering Committee.

[10] Huntley, B., Engelbrecht, J. and Harding, A. (2009a), How good are your mathematics questions? In O. Nam Kwon & A. Harding (Eds.), *Proceedings of the Eleventh International Congress on Mathematical Education: Topic Study Group 5.* Retrieved from http://tsg.icme11.org/document/get/554.

[11] Huntley, B., Engelbrecht, J. and Harding, A. (2009b), Can Multiple Choice Questions be Successfully Used as an Assessment Format in Undergraduate Mathematics? *Pythagoras,* **69**: 3-16

[12] Huntley, B., Engelbrecht, J. and Harding, A. (2010), A model for measuring the quality a mathematical question, *Far East Journa of Mathematics Education*, **5**(2): 141-171

[13] Kosić-Jeremić, S. and Preradović, Lj. (2014), Achievement in university entrance examination relative to attendance in preparation classes and type of secondary school completed: a case study of geodesy undergraduate candidates. *International Journal of Education and Research,* **2**(9): 59-70.

[14] Maksimović, S. and Boroja, I. (2016), The Importance of Preparation Classes for Taking the University Entrance Examination in Mathematics at the Faculty of Electrical Engineering, University of Banja Luka, *IMVI Open Mathematyical Education Notes*, **6**(1): …..

[15] Niss, M. (1993), *Investigations into Assessment in Mathematics Education*. An ICMI Study. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

[16] Preradović, LJ., Antunović, B. and Kosić-Jeremić, S. (2013), The effects of university entrance preparation courses at the Faculty of Architecture, Civil Engineering and Geodesy in the academic year 2012/13, *Proceedings of the National Conference with International participation, Businees Process Reengineering in Education* (pp. 412-420). Čačak, Serbia: Faculty of Technical Sciences in Čačak.

[17] Romano, D.A. (2013), Резултати пријемног испита на Машинском факултету у Бањој Луци, одржаног 02.07.2012. *MAT-KOL,* **XIX** (2): 15-19

[18] Романо, Д.А. (2014), Анализа резултата пријемног теста из математике на Машинском факултету у Бањој Луци одржаног 01.07.2013. *IMO – Истраживање математичког образовања*, **VI** (2014), Broj 10: 5-24

[19] Romano D. A. (2014a), The use of mathematical tasks design to establish development of students' mathematical thinking by an admission exam at Faculty of Mechanical Engineering of the Banja Luka University, *IMVI Open Mathematical Education Notes,* Vol. **4**: 19-29

[20] Романо, Д.А. (2015), Један примјер дизајна задатака у утврђивању математичких умјећа, *Нова школа (Бијељина)*, **10**(1): 18-37

[21] Romberg, T.A. (1992), *Mathematics Assessment and Evaluation, Imperatives for Mathematics Educators,* State University of New York.

[22] Smith, G. H., Wood, L. N., Crawford, K., Coupland, M., Ball, G., & Stephenson, B. (1996), Constructing mathematical examinations to assess a range of knowledge and skills. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, **27**(1): 65-77.

[23] Stenmark, J.K. (1991), *Mathematics assessment: Myths, Models, Good questions and practical suggestions.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

[24] Wiggins, G. (1989), A true test: toward more authentic and equitable assessment. *Phi Delta Kappan,* 70(9), 703-713.

Pristiglo u redakciju Časopisa 15.11.2015; Prva revidirana verzija 26.11.2015;
Druga revidirana verzija 04.12.2015; Dostupno online 07.12.2015.