

MATEMATIČKO OBJEDINJAVANJE RAZLIČITOSTI

Mathematical Unification of Diversities

Nenad O. Vesić¹

Abstract: Necessities of different sciences, specially mathematics and its inference process, are explained in this paper. From a philosophical angle, these necessities are explained with a comparison of a special human body. Specially, any science is compared with an organ system. It is also presented how this type interpretation helps humans. This article is an educative one which popularizes mathematics and helps professors to motivate their students to understand mathematical knowledge.

AMS Mathematics Subject Classification (2010): 65S05, 65D15, 97M60

ZDM Subject Classification (2010): D30, N20, N70

Ključne reči i fraze: suština, motivacija, operacija, ocena, algoritam, grafik

Sažak: Ovaj rad je namenjen popularizaciji nauke, posebno matematike. U radu je predstavljen paralelizam između različitih nauka i sistema organa u ljudskom biću. Nošen tim pristupom, ovaj rad prikazuje način matematičkog razmišljanja - izrazito primenljiv u životu - što ima za cilj da pomogne predavačima da, kroz konkretne primere, podstaknu učenike na razmišljanje o matematičkim pojmovima i na nešto intenzivnije razmišljanje o svemu što uče.

1 Uvod

Danas, u eri interneta, sve je manja potreba ljudi da išta novo saznaju, nauče, osmisle... Sve je manje sumnje u postojeće i vere i nastojanja da je nešto moguće uraditi bolje nego što to već jeste učinjeno. Učenici u školi uče gradivo samo da, kako neki od njih to vole da kažu, skinu sebi sa vrata onog profesora koji će još malo i u snove da počne da im dolazi. Sve od znanja, što im je neophodno - opet kako neki od njih umeju da kažu - mogu pronaći na internetu.

¹Prirodno-matematički fakultet Niš;
Projekat 174012 Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja u Vladi Republike Srbije;
18000 Niš, Višegradska 33, Serbia,
e-mail: vesic.specijalac@gmail.com

To je bila jedna strana novčića, i to ona na kojoj je samo broj, zvana revers. Ona druga, bez koje novčić ni malo ne vredi, je avers koji govori o valuti jer jedan dinar, jedna konvertibilna marka, jedan euro... nisu jedno te isto. Na toj drugoj strani novčića da se primetiti da na internetu može da napiše ko šta hoće i da ostane živ. Kolike to posledice na nas same, koji možda poverujemo u to, može da proizvede duga je priča ali biće ispričan bar jedan minijaturni deo nje.

1.1 Motivacija

Zdravlje je, kažu još naši stari, najveće bogatstvo a naše znanje je blago koje nam niko ne može oduzeti. Pamet je, sa druge strane, najpravednije raspoređeno dobro na svetu - zanemarljivo malo ko se žali da ima manjak pameti.

Učenici uče napamet gradivo izvesnih predmeta jer ne vide čemu će to njima u životu da služi. Konkretno, nema učenika koji će umeti sebi da objasni kako njemu, u životu, mogu da pomognu kompleksni brojevi [4, 5, 10, 19]. Ni za iracionalne brojeve im to nije najjasnije ali kompleksni su totalni višak koji se koristi zarad bespotrebnog maltretiranja, barem tako većina učenika misli.

Sa druge strane, i u medicini postoje neki suvoparni izrazi tipa *nistagmus*, *Romberg*, *Babinski* i još mnogi drugi ali, iako ne razume njihovo tačno značenje, običan čovek će to smatrati značajnim jer govori o nečemu važnom u nama samima. Primera radi:

Primer 1.1 *Čovek je, u sva četiri smera - izuzev jednog specijalnog položaja - počeo da vidi duplo na oba oka dok na jednom oku vidi jednu sliku. Tim povodom se obratio oftamologu koji je konstatovao uredno stanje i uputio ga neurologu jer je sve to posledica oštećenja izvesnih nerava pokretača oka. Prvi neurološki nalaz sa kontrolnom krvnom slikom je*

Nalaz 1 *Pacijent se žali na diplopije u sva četiri smera. Pored toga, javlja se intencioni tremor obe ruke kao i neaktivan refleks Babinskog na obe noge.*

U krvi, registruju se povišeni leukociti 16 (uredno 4-10) kao i sedimentacija 22 (uredno 2-12).

U međuvremenu su se izgubile duple slike pa je na kontrolnom pregledu, nakon petnaest dana, ustanovljeno sledeće:

Nalaz 2 *Diplopije i intencioni tremor su se povukli. Refleks Babinskog je postao aktivan u obe noge. Romberg test je pozitivan.*

U krvi, sedimentacija je 32 (uredno 2-12) a leukociti 22 (uredno 4-10).

Na upućeno pitanje doktoru da uporedi ova dva stanja kao celine, lekar uvek odgovara slično ali, suštinski gledano, daje isto objašnjenje: *neurološko stanje se vidno popravilo ali se stanje krvi pogoršalo, najverovatnije izazvano strahom i reakcijom na primenjenu terapiju ali će se i to regulisati. Krv i neurološke rezultate je nemoguće objediniti zbog njihove različitosti.*

U ovoj situaciji, pacijent je viđen kao strastveni pretraživač interneta, odnosno internet razgovora u kojima se opisuju najteži slučajevi. Kao direktna posledica

toga može se javiti strah a, kao rezultat straha - kao što piše u objašnjenju lekara - zaista može uslediti ozbiljnije pogoršanje.

U prvom poglavlju svoje knjige [8], T. S. Kun upozorava kako nauka sve više radi na kvantitetu nego na kvalitetu i kako, da bi bilo zadovoljavajuće, sasvim jednostavna pitanja ostaju bez jednostavnih odgovora već se nude komplikovana objašnjenja. Kako je čovek informaciono biće opterećeno različitim podacima, u radu "Answers on Questions with Exact Precissions" (vidi [16]), koji je predstavljen na Petoj matematičkoj konferenciji Republike Srpske, pokušalo se na primeru ljudskog organizma objasniti koliko je nauka, kao celina, značajna tvorevina i kako treba dobro razmisliti o tome koje i kakvo joj se pitanje postavlja. Relativna jednostavnost u rasuđivanju glavna je karakteristika tog rada. Razumevanje medicinskih nejasnoća, pomoću matematičkih znanja, bilo je glavni cilj rada [16] a cilj ovog rada jeste da motivišete učenika da shvati i da pomogne nastavniku da učeniku da valjan razlog zašto neke pojmove matematike treba poznavati.

Svi mi najbolje shvatimo suštinu svega onoga što učimo ako se prethodno, od srca, nasmejemo izvesnoj izreci, određenoj kritici, ili bilo čemu drugom vezanom za ono što nam se servira. Ovaj članak, zasnivajući se na toj činjenici, nastoji da nasmeje a zatim da prikaže, u praksi, šta je to što je bilo smešno a da pritom ukaže na neophodnu suštinu [13].

Ciljevi ovog rada su sledeći:

- Da, na vidljiv način, da objašnjenje zbog čega su sve nauke važne, svaka na svoj način,
- Da pokaže koliko je *nemoguće* ozbiljna kvalifikacija i koliko i nemoguće može da postane moguće kada se to želi,
- Da nastavnicima i profesorima da još jednu motivaciju zbog čega su brojevi, uključujući i iracionalne i kompleksne, značajni i koliko mogu imati smisla,
- Da pokaže čoveku da medicinski izrazi, koliko god rogovatni i nerazumljivi bili, mogu biti prevedeni na jezik brojeva i tako učinjeni, na neki način, razumljivijima. Oni ili barem promene odgovarajućih rezultata.
- Da, na konkretnom primeru, da motivaciju za shvatanje suštine brojeva, funkcija, integrala i grafika.

2 Nauka

Na primer, broj pet. On, kao takav, nema nikakav smisao. Malom detetu se on, na slikovit način, objašnjava sa pet prstiju. S obzirom na to da je nauka, kao celina, mnogo kompleksnija građa, nju slikovito objasniti je daleko teži zadatak.

Neka je [16] SGB ljudsko biće čiji su sistemi organa [14], zajedno sa priklučenim im žlezdama, zapravo različite nauke. U čoveku sve potiče iz nervnog

sistema. Sa druge strane, u svakoj nauci daju se prepoznati delovi matematike, makar brojevi ako ništa drugo. Stoga, nervni sistem bića SGB je matematika.

Vrat okreće glavu i usmerava pogled čoveka. Filozofija (na primer matematike [13]) nastoji da objasni suštinu različitih znanja i dilema. Iz tog razloga, filozofija je SGBov vrat.

Srce hrani ljudski organizam, kiseonikom obogaćenom, krvlju. Fizika je glavna ideja vodilja za sve nauke, makar delom. Ona pomaže da se rasvetle različiti zločini čiji se efekti proučavaju, da se objasni kako se šta kreće a kako stoji... Zbog toga, fizika je kardiovaskularni sistem SGBa.

Čovek se hrani različitim hemijskim supstancama dok, udišući vazduh, on dovodi kiseonik u krv, tj. hemijsku supstancu bez koje nema života. Zbog toga, hemija je SGBov respiratorni sistem.

Biologija prečišćava znanja o nama samima kao i digestivni sistem hranu u organizmu. Zato je opravdano biologiju posmatrati kao digestivni sistem SGBa.

Konačno, urinarni trakt obavlja prečišćenje organizma a medicina se bavi prečišćenjem ljudskog organizma od štetnih hemikalija i njima uzrokovanom neravnotežom zvanom bolest. Zato je medicina urinarni sistem SGBa.

Odumiranje različitih ćelija unutar organizma podstiče njihovo obnavljanje dok statistika, u različitim svojim oblicima - matematička, medicinska... [1,12] - podstiče nova istraživanja i potvrđivanje ili opovrgavanje onoga do čega se došlo ranije. Zbog toga je statistika *nekrozno* (odumiruće) tkivo SGBa čije prisustvo u SGBovom organizmu treba biti uravnoteženo - da ga je tu ni premalo ni previše.

Sve nauke, dakle, imaju svoj značaj u izgradnji nauke kao celine. Prethodno su prikazane samo neke od njih. Tek nauka, kao celina, pomaže čoveku u životu što je njen glavni cilj.

3 Uticaj nervnog na urinarni sistem SGBa

Postoje dve žlezde, hipofiza i epifiza, koje su deo nervnog sistema. Hipofiza kontroliše funkcionisanje svih ostalih žlezda pa samim tim i čitavog organizma a epifiza je nadopunjuje i upozorava na eventualne anomalije.

Sa druge strane, u nauci najprisutniji deo jesu brojevi bez kojih, da ih nije, ne bi se mnogo toga moglo razaznati. Stoga je teorija brojeva [10] hipofiza SGBa. Grafici funkcija povezuju brojeve i upozoravaju na izvesne anomalije ili (ne)sklad u njima. Odatle se jasno nameće da je epifiza SGBa zapravo analitička geometrija ravni i prostora [7,15].

3.1 Uticaj hipofize na urinarni sistem SGBa

Matematika je kao zaljubljena devojka - reći će nam sve ono što smatra smislenim samo ako umemo da je pitamo. Jedan od načina kako je pitati dat je u [2].

Brojevi imaju ogroman uticaj na ljudsko razmišljanje. Usađeni su u svakog čoveka i on njima i njihovoj aritmetičkoj sredini izrazito veruje.

Verovatnoća i statistika su dve strane istog novčića koje ocenjuju koje su šanse da se nešto ostvari. Verovatnoća je, u početku, predstavljala učestalost realizacije izvesnog od konačno mnogo događaja ali je, kasnijim usavršavanjem i proučavanjem, ona unapređena do nivoa beskonačno mnogo mogućih ostvarenja. Sa druge strane, statistika je deo matematike koji se bavi proučavanjem koja je bila verovatnoća realizovanog događaja pre realizacije.

Valjalo bi naglasiti da, u slučaju konačno mnogo mogućih realizacija, događaj ostvariv sa verovatnoćom 0 jeste neostvariv dok se događaj sa verovatnoćom 1 sigurno ostvaruje. U slučaju beskonačno mnogo mogućih realizacija ništa nije neostvarivo niti sigurno ostvarivo.

Matematičarima su jako dobro poznate izreke Bendžamina Dizraelija i Arona Levenštajna u kojima oni, respektivno, naglašavaju da *postoje tri vrste laži: laž, gnusna laž i statistika* odnosno da je *statistika kao bikini. Ono što prikazuje izuzetno je privlačno ali je glavno ono što sakriva*. Dejvid Bauers, u svojoj knjizi [1], upozorava da rezultatima statističke analize podataka ne treba isključivo verovati ali, u nemogućnosti da to popravi - zbog prethodno pomenutih razlika u medicini - on ipak koristi modele medicinske statistike u svojim primerima.

Lekari, sa druge strane, veoma veruju statistici. Kada je ona neupotrebljiva, slučaj malog broja pacijenata uključenih u eksperiment, oni se oslanjaju na aritmetičku sredinu rezultata [3]. Zašto aritmetička sredina nije najpouzdanija za analizu medicinskih rezultata detaljnije je objašnjeno u radu [16] što ovde neće biti ponovo razrađivano već će samo biti rečeno kako to poboljšati.

Rešavanje problema, ili bar pokušaj poboljšanja postojećih metoda, na koje je ukazao Dejvid Bauers u [1] započeto je radom [17] a generalisano radom [18]. Za razliku od medicinskog razmišljanja, koje ograničava razmatranje isključivo na rezultate srodnog oblika, u tim radovima je dat metod kako ih oceniti kao celinu.

Svi medicinski testovi podeljeni su u pet grupa: *pozitivno-negativni testovi (PNT)*, *pozitivno-positivni testovi (PPT)*, *test hoda (TH)*, *testovi sa dve konačne referentne vrednosti (RRVT)*, *testovi sa jednom končnom referentnom vrednošću (RVT)*.

Primedba 3.1 *Negativan rezultat je uredan rezultat testa. Pozitivan rezultat je rezultat testa koji ukazuje na izvestan poremećaj.*

Numeričke ocene rezultata testova različitih grupa jesu definisane na sledeći način:

PNT: U ovu grupu testova svrstani su testovi čiji rezultati mogu biti jedino uredni ili bez daljeg ocenjivanja stepena eventualnog poremećaja. Glavobolja je primer testa ove grupe. Neka je $\mathbf{r}_{(1);k}$ rezultat k -tog testa ove grupe. Numerička ocena tog rezultata je

$$(1) \quad e_k^1 = e^1(\mathbf{r}_{(1);k}) = \begin{cases} 0, & \text{negativan rezultat,} \\ 1, & \text{pozitivan rezultat.} \end{cases}$$

PPT: Testovi čije rezultate je najčešće, kao rezultat lekarskog pregleda, u slučaju bolesti moguće sresti spadaju u ovu grupu testova. Ti rezultati, u slučaju poremećaja, jesu oblika *lakši poremećaj, umeren poremećaj...* U nekim situacijama postoje i brojučane skale koje određuju stepen oštećenja kao na primer skale EDSS [9] ili FOUR [20] koje se koriste u neurologiji.

Na osnovu prethodno navedenog sledi da se ova grupa testova deli na dve podgrupe: *testovi sa opisno izraženim rezultatima* i *testovi sa brojučano izraženim rezultatima*. U slučaju testa prve podgrupe, postoji konačno mnogo klasa pozitivnosti rezultata i ukoliko poremećaj spada u klasu l_1 taj poremećaj je lakši od poremećaja svrstanog u klasu l_2 , $l_2 > l_1$. Brojučana ocena oštećenja l -te klase je l . Na ovaj način, rezultati svih testova ove grupe su numerički ocenjeni.

Neka su

$$(2) \quad \epsilon_1^k < \dots < \epsilon_{n_k}^k$$

moguće numeričke ocene pozitivnog stanja k -tog testa ove grupe. Postoje tri mogućnosti: I - da manja ocena ukazuje na lakši poremećaj, II - da veća ocena ukazuje na lakši poremećaj, III - da nema koneksije između veličine ocene i intenziteta poremećaja. U slučaju treće mogućnosti, rezultat najpre istretirati kao opisni čime se ovaj slučaj svodi na slučaj I.

Neka je $\mathbf{r}_{(2);k}$ rezultat k -tog testa ove grupe (negativan ili pozitivan predstavljen ocenom $\bar{\epsilon}^k = \bar{\epsilon}_{r_0}^k$, $1 \leq r_0 \leq n_k$). Ocena tog rezultata je

$$(3) \quad e_k^2 = e^2(\mathbf{r}_{(2);k}) = \begin{cases} 0, & \text{negativan rezultat,} \\ \frac{\bar{\epsilon}^k + \epsilon_{n_k}^k - 2\epsilon_1^k}{2(\bar{\epsilon}_{n_k}^k - \epsilon_1^k)}, & \text{pozitivan rezultat u slučaju I,} \\ \frac{-\bar{\epsilon}^k - \epsilon_1^k + 2\epsilon_{n_k}^k}{2(\bar{\epsilon}_{n_k}^k - \epsilon_1^k)}, & \text{pozitivan rezultat u slučaju II.} \end{cases}$$

TH: Samo jedan test svrstava se u ovu grupu testova. Rezultat tog testa $\mathbf{r}_{(3);1}$ jeste rastojanje d izraženo u kilometrima koliko pacijent hoda zajedno sa činjenicom da li on/a hoda sam/a ili koristi pomagala. Ocena tog rezultata je

$$(4) \quad e_1^3 = e^3(\mathbf{r}_{(3);1}) = \begin{cases} 0.1, & \text{hod neograničen bolešću } (d \geq 1km), \\ 1/d, & \text{samostalan hod ograničen na} \\ & d > 0 \text{ kilometara,} \\ i/d, & \text{nesamostalan hod ograničen na} \\ & d > 0 \text{ kilometara,} \\ 10^3 i, & d = 0km. \end{cases}$$

RRVT: Testovi čiji su negativni rezultati smešteni između dve konačne, specijalno zadate, *referentne* vrednosti spadaju u ovu grupu testova. Neki od primera testova ove grupe jesu testovi krvi i mokraće.

Neka je $\mathbf{r}_{(4);k}$ rezultat k -tog testa ove grupe i neka su α_k i β_k odgovarajuće referentne vrednosti. Kako je, zbog pristupa problemu, važno razlikovati slučajeve $\mathbf{r}_{(4);k} < \alpha_k$ i $\mathbf{r}_{(4);k} > \beta_k$, numerička ocena tog rezultata je

$$(5) \quad e_k^4 = e^4(\mathbf{r}_{(4);k}) = \begin{cases} 0, & \alpha_k \leq \mathbf{r}_{(4);k} \leq \beta_k, \\ \frac{\mathbf{r}_{(4);k} - \beta_k}{\beta_k - \alpha_k}, & \mathbf{r}_{(4);k} > \beta_k, \\ \frac{\alpha_k - \mathbf{r}_{(4);k}}{\beta_k - \alpha_k} i, & \mathbf{r}_{(4);k} < \alpha_k. \end{cases}$$

RVT: Zapremine i poluprečnici tumora su primeri rezultata testova ove grupe. U slučaju testova ove grupe moguća su dva slučaja: **J** - rezultati manji od odgovarajuće referentne vrednosti su negativni, **JJ** - rezultati veći od odgovarajuće referentne vrednosti su negativni.

Neka je $\mathbf{r}_{(5);k}$ rezultat k -tog testa ove grupe izražen u mernoj jedinici \mathfrak{U} i neka je γ_k odgovarajuća referentna vrednost. Ocena ovog rezultata je

$$(6) \quad e_k^5 = e^5(\mathbf{r}_{(5);k}) = \begin{cases} 0, & \text{negativan rezultat,} \\ \frac{1}{\mathfrak{U}}(\mathbf{r}_{(5);k} - \gamma_k), & \text{pozitivan rezultat za} \\ & \mathbf{r}_{(5);k} > \gamma_k, \\ \frac{i}{\mathfrak{U}}(\gamma_k - \mathbf{r}_{(5);k}), & \text{pozitivan rezultat za} \\ & \mathbf{r}_{(5);k} < \gamma_k. \end{cases}$$

Ocene (1, 3-6) ujednačavaju različite skale vezane za različite testove rezultata iste grupe. Što se tiče ocena (1) to je očigledno. Ujednačavanje ocena rezultata druge grupe je nešto teže objasniti. Naime, negativan rezultat svakog testa te grupe ocenjen je sa 0. Najlakši mogući poremećaj u proizvoljnom testu te grupe ocenjuje se sa 0.5 dok je najteži mogući poremećaj ocenjen sa 1. Što se ocena između 0.5 i 1 tiče, ljudsko oko ne može da ih primeti detaljno do zaokruživanja na odgovarajuću vrednost ali ovakvo ocenjivanje ima ulogu mikroskopa za slučaj pojedinačnog pacijenta jer se stanja, kao i te ocene, menjaju neprekidno sa protokom vremena pa je dobro i to uzeti u obzir. Ocenjivanje (5) vrši transformaciju rezultata $\mathbf{r}_{(4);k}$ u $\tilde{\mathbf{r}}_{(4);k} = \frac{\mathbf{r}_{(4);k} - \alpha_k}{\beta_k - \alpha_k}$ čime se ti testovi, bez obzira na merne jedinice u kojima su rezultati izraženi, transformišu u testove sa referentnim vrednostima 0 i 1 i odgovarajućim rezultatom $\tilde{\mathbf{r}}_{(4);k}$. Analogno tome, ekvivalizovani su i testovi pete grupe (referentna vrednost 0 i rezultat umanjen za referentnu vrednost testa).

Jedino što još valja naglasiti za rezultate, naročito četvrte grupe, jeste to da je vrlo bitno kako su pozitivni rezultati testa ako su već pozitivni. Prateće terapije se biraju na osnovu toga.

Iz prethodnih objašnjenja jasno sledi smislenost narednih veličina:

- 1) Ukoliko su $e_{1_0}^{k_0}, \dots, e_{s_0}^{k_0}$ ocene rezultata k_0 -te grupe testova onda su

$$(7) \quad E_{1_0 2_0 \dots s_0}^{k_0} = e_{1_0}^{k_0} + \dots + e_{s_0}^{k_0}$$

i

$$(8) \quad E_{1_0 2_0 \dots s_0}^{k_0, Abs} = \left| E_{1_0 2_0 \dots s_0}^{k_0} \right|$$

ocene i apsolutne ocene rezultata iste grupe.

- 2) Ako su $E_{(k_1)} = E_{1_{k_1} 2_{k_1} \dots s_{k_1}}^{k_1, Abs}, \dots, E_{(k_r)} = E_{1_{k_r} 2_{k_r} \dots s_{k_r}}^{k_r, Abs}$ apsolutne ocene rezultata testovarazličitih grupa onda je veličina

$$(9) \quad E_{(k_1 - \dots - k_r)} = \sqrt{E_{(k_1)}^2 + \dots + E_{(k_r)}^2}$$

ocena rezultata istih grupa.

Ocene (1, 3) će biti smatrane rezultatima u nastavku istraživanja.

U slučaju ocena E_1, \dots, E_n rezultata pojedinačnog testa ili grupe testova, upoređeni rezultati su $E_1/C, \dots, E_n/C$, gde je veličina

$$(10) \quad C = \begin{cases} |E_1|, & E_1 \neq 0, \\ 1, & E_1 = 0, \\ c > 0, & \text{in special cases,} \end{cases}$$

komparator. Na ovaj način pacijent postaje sam svoj referentni sistem spram koga se vrši orijentacija.

3.2 Numeričko ocenjivanje Nalaza 1 i 2

Jednostavnim čitanjem Nalaza 1 jasno se vidi da su diplopije, intencioni tremor i refleks Babinskog poremećaji koji su otkriveni u testovima klase **PPT** (postoji više od jednog nivoa pozitivnosti: četiri smera, obe ruke, obe noge). Jasno se vidi da je reč o najgorim mogućim slučajevima pa su numeričke ocene pojedinačnih poremećaja jednake 1 odnosno, ukupno gledano - kako postoje tri poremećaja - pozitivnost u **PPT** testovima ocenjuje se sa 3.

Korišćenjem ocenjivanja (5) dobija se da je ukupna ocena poremećaja stanja krvi jednaka 2. Odatle sledi da je stanje pacijenta na prvoj kontroli ocenjeno sa $\sqrt{13}$.

Romberg test se pojavljuje u drugom nalazu kao pozitivan i, kako je nemoguće uočiti ima li više nivoa pozitivnosti, on je test grupe **PNT**. Analognim postupkom kao u prethodnoj analizi dobija se ocena $\sqrt{17}$. Odatle je jasno da se ukupno stanje pacijenta POGORŠALO za 14.4%. Međutim, neurološko stanje se poboljšalo za 66.6% što nije teško izračunati poređenjem ocena neuroloških stanja (Babinski, Romberg, nistagmus, tremor, diplopije).

3.3 Zaključak 1

Prethodnim postupkom egzaktno je odgovoreno pacijentu koliko se prome- nilo njegovo zdravstveno stanje. Detaljnije, nejasnoće sa kojima se običan bolestan čovek suočava nakon poseta lekaru prevedene su na jezik brojeva koji je daleko razumljiviji. Neophodni racun je moguće realizovati korišćenjem digi- trona ili android mobilnih telefona tako da, uz eventualno pitanje lekaru o tome koliko je nivoa pozitivnosti rezultata, moguće je da svako sam sebi odgovori na ovo, bolesnom čoveku, važno pitanje koje danas uglavnom ostaje bez odgovora.

4 Uticaj epifize na urinarni sistem SGBa

Za razliku od prethodnog dela rada, koji je namenjen običnom čoveku, ovaj deo rada nastoji da otkrije još neke tajne koje ostaju sakrivene čak i od medicin- skih profesionalaca a opet ih je moguće relativno jednostavno razotkriti. Vraća- jući se na prethodno dato poređenje po kome je teorija brojeva GSBova hipofiza a analitička geometrija njegova epifiza, nameće se jasno pitanje da li je moguće, na osnovu protoka vremena, aproksimirati promenu medicinskih rezultata i nji- hovih ocena.

Na to pitanje dat je potvrđan odgovor u [18] no pre toga valja naglasiti da će numeričke ocene rezultata grupa **PNT**, **PPT** i **TH** biti tretirane kao rezultati u nastavku. Dalje, zbog prirode promena stanja ljudskog organizma i odgovarajućih reakcija lekara uzrokovanih time, što je detaljno obrazloženo u [18], rezultati \mathbf{r}_1 i \mathbf{r}_2 testa proizvoljne grupe, realizovanog u trenucima t_1 i t_2 , povezuju se polinomnom funkcijom

$$(11) \quad F(t) = (-2)^v \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{(t_2 - t_1)^{u+v}} (t - t_1)^u \left(t - \frac{3t_2 - t_1}{2} \right)^v + \mathbf{r}_1,$$

pri čemu uređen par (u, v) jeste određen tipom bolesti koji izaziva eventualni poremećaj i to

- $(u, v) = (2, 1)$ u slučaju akutne bolesti,
- $(u, v) = (2, 0)$ u slučaju hronicne bolesti,
- $(u, v) = (1, 0)$ u slučaju da tip bolesti nije poznat.

Ukoliko je $t_0 \in (t_1, t_2)$, veličina $F(t_0)$ jeste aproksimiran rezultat stanja paci- jenta u tom trenutku. Funkcija, zavisna od proteklog vremena t , koja povezuje ocene aproksimiranih rezultata, a na osnovu povezanih referentnih vrednosti slučajevima testova četvrte i pete grupe, jeste funkcija koja vremenski povezuje ocene rezultata.

Ukoliko matrično vrednosne funkcije

$$(12) \quad \varphi_g^{(k)} = \varphi_g^{(k)}(t) = [\varphi_{(k)1}(t) \quad \dots \quad \varphi_{(k)N}(t)]$$

definisane na skupu $\mathbb{D} = [t_1, t_2] \times \dots \times [t_N, t_{N+1}]$ povezuju ocene rezultata dobijenih u testovima g -te grupe, $g \in \{1, \dots, 5\}$, realizovanim u trenucima $t_u, u = 1, \dots, N + 1$, veličine

$$(13) \quad \varphi_g(t) = \varphi_{(1)_g}(t) + \dots + \varphi_{n_g}(t) = \left[\begin{array}{c} \phi_u(t) \\ g \end{array} \right] \quad \text{i} \quad \varphi^{ABS}_g(t) = \left[\begin{array}{c} |\phi_u(t)| \\ g \end{array} \right],$$

a gde je n_g broj realizovanih testova grupe g , jesu ocene ukupnog stanja i apsolutnog ukupnog stanja u tim testovima. S obzirom na prethodno pokazanu ekvivalentnost različitih testova, jednačinama (13) moguće je razmatrati i stanja u posebnim podgrupama testova sabiranjem odgovarajućih matrica.

Neka su još i $\varphi_1^{ABS} = [|\phi_u(t)|]_1, \dots, \varphi_5^{ABS} = [|\phi_u(t)|]_5$ funkcije koje povezuju rezultate različitih grupa testova (od kojih neke mogu biti izostavljene zbog nepostojanja pratećih rezultata, posebnih razmatranja,...). Tada funkcija

$$(14) \quad \Phi(t) = \left[\sqrt{|\phi_u(t)|_1^2 + \dots + |\phi_u(t)|_5^2} \right]$$

povezuje ukupno stanje pacijenta.

4.1 Numerička analiza funkcionalno povezanih rezultata

Analiza medicinskih podataka, barem što se rezultata grupa pacijenata tiče, izrazito se oslanja na statistiku. Štaviše, ukoliko je populacija mala lekari koriste aritmetičke sredine da bi dobili odgovore na izvesna pitanja vezano za rezultate koje posmatraju. U radu [16] prikazano je koliko treba biti oprezan pri analizi rezultata aritmetičkim sredinama.

Potrebno je odrediti učestalost (bazičnu verovatnoću) ostvarenja posmatranog događaja na pojedinačnim pacijentima i onda pacijente razvrstati u podgrupe pacijenata sličnog stanja na početku. Aritmetičke sredine rezultata tih podgrupa, na zadovoljavajući način, pokazuju šta se sa stanjima odgovarajućih pacijenata dogodilo.

Mnogo je efikasnije da se, nakon određene učestalosti ostvarenja događaja - a na osnovu aproksimiranih ocena

$$E_1, \dots, E_P$$

odgovarajućih rezultata dobijenih u istom trenutku svih P pacijenata odredi veličina

$$(15) \quad E = \sqrt{|E_1|^2 + \dots + |E_P|^2}.$$

To je ocena stanja grupe pacijenata u posmatranom trenutku koja, zajedno sa odgovarajućom učestalošću poboljšanja i pogoršanja stanja, daje mnogo precizniju analizu posmatranih rezultata. Matematički gledano, stanje grupe pacijenata posmatrano je kao vektor dok je veličina E zapravo Euklidska norma tog vektora.

4.2 Grafička analiza funkcionalno povezanih rezultata

Funkcije (11, 13, 14) jesu funkcije realnog parametra sa kompleksnim vrednostima u opštem slučaju. Zbog toga, ako je funkcija $f(t)$ funkcija realnog parametra, čije su neke vrednosti kompleksne, ona dobija formu

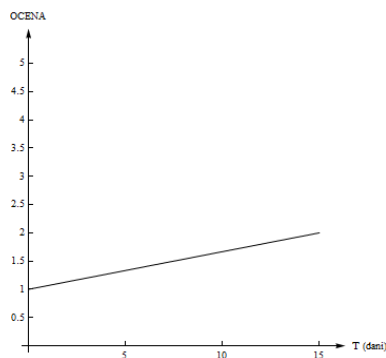
$$(16) \quad f^*(t) = \begin{cases} \Re[f(t)], & f(t) \in \mathbb{R}, \\ -\Im[f(t)], & f(t) \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}. \end{cases}$$

Treba još naglasiti da nije teško pokazati da su sve apsolutno funkcionalno povezane ocene rezultata neprekidne funkcije a funkcije oblika (16) je grafički relativno jednostavno moguće prikazati. Valja napomenuti da približavanje grafika funkcije koja povezuje ocene rezultata horizontalnoj osi, odnosno udaljavanje od nje, ukazuje na poboljšanje, odnosno pogoršanje, stanja pacijenta u posmatranoj grupi testova.

4.3 Dodatna analiza rezultata u Nalazima 1 i 2

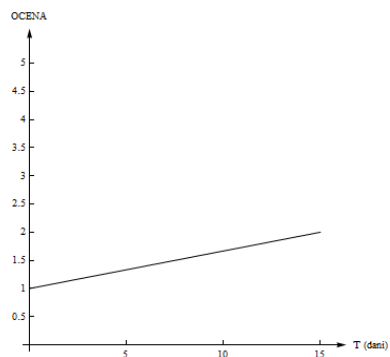
Za razliku od statistike, koju je u većini slučajeva besmisleno upotrebljavati zarad analize zdravstvenog stanja jednog pacijenta, ovaj metod pruža priliku da se i to uradi egzaktno tačno.

Već je, u odeljku 3.2, pokazano koliko je *nemoguće* jaka kvalifikacija time što su upoređeni rezultati pacijenta i odgovoreno na njegovo, sasvim prirodno, pitanje. Ovaj metod, kao što je već naglašeno, dopušta i grafičku analizu rezultata, bilo pojedinačnih bilo celine. Grafcima 1-4 grafički su povezane ocene nekih od rezultata.



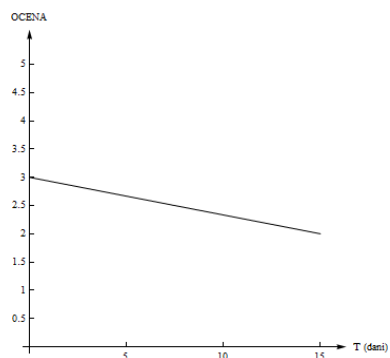
Slika 1: Grafička analiza nivoa leukocita

Sa Slike 1 jasno se vidi da se stanje leukocita pogoršava sa protokom vremena.



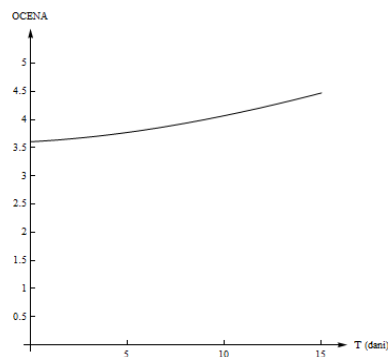
Slika 2: Grafička analiza sedimentacije krvi

Slika 2 pokazuje da se ocene sedimentacije krvi sa protokom vremena pon-
ašaju identično promeni leukocita.



Slika 3: Grafička analiza promene neurološkog stanja

Sa Slike 3 jasno je moguće očitati da se neurološko stanje (diplopije, Babinski,
Romberg, tremor) popravlja sa protokom vremena.



Slika 4: Grafička analiza promene ukupnog stanja

Konačno, Slika 4 odgovara još jednom na pitanje pacijenta. Njegovo ukupno stanje se pogoršava.

4.4 Istorija bolesti

U medicini je važna istorija bolesti što je vezano za rezultate pojedinačnog testa pa samim tim i vezano za odgovarajuće funkcionalne kombinacije ocena rezultata. U radu [16] istorija bolesti (*kompletno stanje*) do trenutka t_0 ocenjena je deljenjem površine sa znakom koju zahvata grafik funkcije koja povezuje ocene rezultata od trenutka t^* do trenutka $t = t_0$ površinom pravougaonika stranica $a = t_0 - t^*$ i $b = 1$, gde je t^* trenutak od koga istorija bolesti počinje da se prati (obično je, ali ne nužno, $t^* = t_1$).

Precizno matematički izraženo, ukoliko matricno vrednosna funkcija

$$f(t) = [f_1(t) \quad \dots \quad f_N(t)]$$

definisana na skupu $\mathbb{D} = [t_1, t_2] \times \dots \times [t_N, t_{N+1}]$ povezuje ocene rezultata posebnog testa zavisno od protoka vremena, pri čemu su funkcije $f_u, u = 1, \dots, N$, oblika (11) - a kao što je to ranije opisano - i ako je $t_0 \in [t_k, t_{k+1}]$ onda je ocena kompletnog stanja izražena sa

$$(17) \quad \mathcal{E}(t_0) = \lim_{u \rightarrow t_0} \frac{\sum_{p=1}^{k-1} \int_{t_p}^{t_{p+1}} f(x) dx + \int_{t_k}^u f_k(x) dx}{u - t_1}.$$

Korišćenjem Lopitalovog pravila [6, 11] direktno se dobija da je $\mathcal{E}(t_1) = f_1(t_1)$, a što je granična vrednost izraza oblika $\frac{0}{0}$.

Funkcionalne kombinacije funkcija $\mathcal{E}(t)$ oblika (17) predstavljaju odgovarajuću analizu grupe rezultata. Sami integrali (17), u slučaju pacijenta iz ovog rada, vezani za pojedinačne testove daju se izračunati kao površine pravouglanih trapeza.

4.5 Zaključak 2

Ljudskom umu mnogo je prirodnije da razume sliku nego brojeve. Na početku predstavljeno brojčano ocenjivanje rezultata povezano je grafički i, na taj način, pokazano je kako je, uz pomoć različitih softverskih paketa - ili crtanjem grafika funkcija - moguće izvršiti analizu podataka.

Ovaj rad, pored toga što je u prvom poglavlju motivisao razumevanje kompleksnih brojeva, dao je i primer značaja teorije integrala, tačnije izračunavanja integrala polinomnih funkcija. Takva vrsta primera direktno motiviše učenika da obrati pažnju na, u početku, nejasan pojam integrala.

Na kraju, valja naglasiti da je u ovom radu prikazan značaj svake nauke na, nama donekle - a na osnovu osnovnoškolskog obrazovanja - jasan način. Svaki deo nauke produbljuje razmišljanje čoveka i moćnije ga da uradi nešto bolje nego što to već jeste učinjeno.

Matematici je, u ovom radu, dodata doza ljudskosti time što je prikazano kako ona, na relativno jednostavan način, može da odgovori na neka životna pitanja koja, kada ostanu bez jasnog odgovora, izazivaju paniku. Pokazano je kako, do ušiju zaljubljenoj devojci zvanoj Matematika, postaviti pitanje na razmatranu temu a na koje se želi dobiti jasan odgovor.

Acknowledgement

Autor izraz posebne zahvalnosti upućuje profesoru Dušanu Jokanoviću koji je dozvolio da se srpska verzija velikog dela konferencijskog rada [16] pošalje na recenziju zarad objavljivanja i popularizacije matematike, a sve da bi se videlo da matematika može biti izuzetno korisna u životu običnog čoveka.

Rad je finansijski podržan od strane projekta 174012 Ministarstva obrazovanja, nauke i tehnološkog razvoja u Vladi Republike Srbije.

References

- [1] D. Bowers, *Medical Statistics from Scratch: An Introduction for Health Professionals*, 2nd Edition, Wiley, 2008.
- [2] J. K. Hunter, *Lecture Notes on Applied Mathematics: Methods and Models*, University of California, Davis, 2009.
- [3] M. Ilić, P. Bošnjaković, V. Milojković, S. Tasić, R. Vitas, B. Petković, *Dijagnostička i terapijska primena cisaprida u primarnoj diskineziji bili-jarnog sistema: Eksperimentalna i pilot klinička studija*, CISAP-Prokinetik u terapiji bolesti digestivnog sistema, III Jugoslovenska gastroenterološka nedelja, Igalo, 17-21. septembar 1996, 59-78.
- [4] Z. Kadelburg, V. Mičić, S. Ognjanović, *Analiza sa algebrom 2*, šesto izdanje, "Krug", Beograd, 2011.

- [5] Z. Kadelburg, V. Mičić, S. Ognjanović, *Analiza sa algebrama 3*, peto izdanje, "Krug", Beograd, 2011.
- [6] Z. Kadelburg, V. Mičić, S. Ognjanović, *Analiza sa algebrama 4*, peto izdanje, "Krug", Beograd, 2011.
- [7] Lj. Kočinac, *Linearna algebra i analitička geometrija*, drugo, ispravljeno i dopunjeno izdanje, Prosveta, Niš, 1997.
- [8] T. S. Kuhn, *The Structure of Scientific Revolutions*, Second Edition, Enlarged, The University of Chicago, 1970.
- [9] J. F. Kurtzke, *Rating neurologic impairment in multiple sclerosis: an expanded disability status scale (EDSS)*, *Neurology*, 1983, 33 (11): 1444-52.
- [10] Ž. Mijajlović, *Algebra 1*, MILGOR - serija univerzitetski udžbenici, Beograd, Moskva, 1993.
- [11] G. V. Milovanović, R. Ž. Đorđević, *Matematička analiza I*, Elektronski fakultet Niš, Edicija Osnovni udžbenici, Niš, 2005.
- [12] Ž. Pauše, *Uvod u matematičku statistiku*, Školska knjiga, Zagreb, 1993.
- [13] C. S. Peirce, M. E. Moore, *Philosophy of Mathematics: Selected Writings*, Bloomington: Indiana University Press, 2010.
- [14] B. Petrov, S. Stevanović-Pišteljić, K. Paunović, *Biologija za 7. razred osnovne škole*, Zavod za Udžbenike-Beograd.
- [15] B. Rašajski, *Analitička Geometrija*, Građevinska knjiga, Beograd 1973.
- [16] N. O. Vesić, *Answers on Questions with Exact Precisions*, Mathematical Conference of Republic of Srpska, 2015, pojabiće se konferenciji.
- [17] N. O. Vesić, D. Ilić, *Testing Effects of a Drug, Drugs for Chronic Diseases*, Proceedings in Information and Communication Technologies - International Conference ICTIC, 19-23. mart 2012., Žilina, Slovak Republic, 111-119.
- [18] N. O. Vesić, L. Mačukanović-Golubović, D. Ilić, *Mathematical Universalization for Medical Results Estimation*, submitted.
- [19] R. Vuković, *Matematika II*, skripta za nastavu matematike, Banja Luka, 2011, dostupno na: <http://www.gimbl.com/cyr/knjige/2.Matematika.pdf>.
- [20] E. F. M. Wijdicks, W. R. Bamlet, B. V. Maramattom, E. M. Manno, R. L. McClelland, *Validation of a New Coma Scale: The FOUR Score*, *Ann Neurol* 2005; 58: 585-593.

Received by editors at June 21, 2015; Revised version June 23, 2015;

Available on line at June 29, 2015.