

Matematičko modelovanje u obrazovanju - problemi i prednosti

Bojana Zlokapa¹

Sažetak: U ovom radu ukratko se opisuju modeli i modelovanje, matematičko obrazovanje i značaj matematičkom modelovanja u obrazovanju, te načini stvaranja modela. Neophodna je primjena modelsko-problemskog pristupa pri otkrivanju novih modela i njihovoj primjeni u svakodnevnom životu. Radi stvaranja uspješnijeg školstva neophodno je osposobiti učenike i nastavnike da stvaraju nove modele rada i samim tim stvaraju najviši oblik mišljenja, stvaralačkog mišljenja i logičkog zaključivanja. Cilj uvođenja modelovanja u školstvo jeste da se osposobe učenici / studenti da stvaraju nove modele i koriste ih u učionici za rješavanje matematičkih zadataka, i naravno da se ti modeli koriste u svakodnevnom životu.

Ključne riječi i fraze: matematičko modelovanje, matematičko obrazovanje, matematička edukacija

Abstract. One goal of mathematics education is to educate pupils to become responsible citizens. Important for this is the achievement of modelling competence of students at school. I want to identify chances and obstacles which can promote the development of these competences, but can also obstruct them drastically.

Key words and phrases: mathematical modelling, mathematical education and instruction
AMS Subject Classification (2011): **97D40, 97M10**
ZDM Subject Classification (2011): **D40, M10**

Uvod

„Ne postoje dokazi u matematičkom obrazovanju“ (Henry Pollak.)

On the nature of mathematical proofs (Joel Cohen)

(http://komplexify.com/math/humor_pure/NatureOfMathematicalProof.html)

Bertrand Russell has defined mathematics as the science in which we never what we are talking about or whether what we are saying is true. Mathematics has been shown to apply widely in many other scientific fields. Hence, most other scientists do not know what they are talking about or whether what they are saying is true. Thus, providing a rigorous basis for philosophical insights is one of the main functions of mathematical proofs.

Čitajući ove citate velikih naučnika došla sam do zaključka da je matematičko obrazovanje širok pojam i da se ni jedna studija velikih naučnika ne može osporiti, jer ne postoje dokazi da su oni u pravu ili da u potpunosti griješe.

¹ Pedagoški fakultet Bijeljina, B&H, e-mail: bojanazlokapa@hotmail.com

Matematiku je teško shvatiti, jer je veoma kompleksna nauka koja se bazira na nekim osnovnim zakonitostima, a sve ostale činjenice koje se nalaze oko ovih osnovnih zakonitosti su upitne ili, kako Joel Cohen kaže: „da većina drugih naučnika ne zna o čemu priča i da li je ono što oni kažu istina“. Kao što postoji više mišljenja o matematičkom obrazovanju tako postoje i različite teorije ili studije o matematičkom modelovanju. U tekstu, u skladu sa savremenim istraživanjima matematičkog obrazovanja (pogledati na primjer, tekstove [19], [21]) izložićemo naše viđenje matematičkog modelovanja u nižim razredima osnovne škole.

Šta je model?

Da bi uopšte govorili o matematičkom modelovanju treba da počnemo od osnovne činjenice (pojma „modela“), koju treba da determini[emo]. Pojam model potiče od latinske riječi „modulus“, čije je osnovno značenje 'mjera' (v. [18]). Ali ovakav prevod riječi model ne možemo upotrebiti u različitim oblastima. To znači da ovaj termin ima različito značenje u zavisnosti od oblasti u kojoj se upotrebljava ili na koju se odnosi. Ako pogledamo matematiku kao jednu veliku nauku, onda možemo reći da se pod pojmom „model“ podrazumijeva jedan (ili više) obrazaca, uzor, šablon koji se koristi da bi se riješili matematički zadaci, bez obzira na složenost. „Matematičko modelovanje je misaono-teorijska djelatnost izgradnje logičkih i matematičkih sistema, kao i teorijskih modela određenih objektivnih sistema. Matematičko modelovanje je i izgradnja realnih modela raznih vrsta“(v. [14], [18]). Ako uprostimo ove definicije zaključićemo da je modelovanje na neki način pronalaženje novih načina, shema ili obrazaca za rješavanje matematičkih zadataka. Postoji više naučnika koji su se bavili ovim problemom u matematici (jer je matematičko modelovanje jedan složen sistem) i dali su različite studije o ovom problemu, ali još uvijek ne postoji konačna studija o važnosti modelovanje u nastavi matematike. Čitajući radove raznih naučnika/profesora iz oblasti matematike, edukacije zaključila sam da je modelovanje veliki problem u nastavi matematike kako u višim razredima tako i na fakultetima (posebno učiteljskim) (v. [1]-[13], [16], [17]). Takođe sam zaključila da je teško podstaći učitelje i nastavnike da „pribjegnū“ istraživanju matematičkih modela, jer su se oni vezali za modele koje već znaju i godinama koriste u nastavi. Postoji jedna rečenica „Reci mi šta prolazi u učionici“ (Alan H. Schoenfeld), i iz nje možemo zaključiti da su nastavnici zainteresovani za jedan način kako da predaju ili objašnjavaju matematiku i nisu skloni istraživanju. Ako „otkriju“ prihvatljiv način kako će raditi sa učenicima, tog se pridržavaju i u njihovom radu nema mjesta za nove modele. Posmatrajući nastavni proces često možemo čuti od učenika: „Riješio sam zadatak, dobio tačan rezultat, ali nastavnik mi je rekao da mi takav način rješavanja zadataka nismo učili i nije mi priznao zadatak“. Iz ove rečenice možemo zaključiti da je nastavnik baziran na samo jedan model rješavanja zadataka, a da ne želi ili da ne zna drugačije načine za rješavanje zadataka. U djelima nekih istraživača matematičkog obrazovanja nalazimo različito istraživanje o matematičkom modelovanju, gdje vidimo da su pokušali nastavnicima pomoći da shvate modelovanje i upoznaju se sa različitim modelima rješavanja zadataka (Alan H. Schoenfeld, Jonei Cerqueira Barbarosa). Oni

su nastavnike uključili u kurs o modelovanju. Bitno je napomenuti da nastavnici nisu imali puno znanja o matematičkom modelovanju (ili uopšte nisu imali znanja). Rješavajući zadatke i učestvujući u raznim prezentacijama stekli su određena znanja o modelovanju, ali to je samo mali broj ljudi. Ako su ispitanici radili samostalno na rješavanju zadataka rezultati su bili loši, ali kada su radili u grupama ili u parovima rezultati su bili bolji, jer kada su radili samostalno oni su osjećali ogroman pritisak. Što znači da je rad u grupama mnogo efikasniji, ali o tome ćemo govoriti nešto kasnije (u drugom dijelu rada).

Modeliranje u nastavi matematike

U matematici postoji mnogo modela po kojima učenici rade, ali često se postavlja pitanje da li su ti modeli dobro definisani da ih drugi ljudi koristi i pokrenu? Na ovo pitanje mogu dati odgovor samo veliki matematičari. Jedan zadatak se može uraditi na više načina tj. koristeći više modela po kojima ćemo raditi. Ali da li je greška koristiti model koji je nepoznat većini učenika u odjeljenju? Ako posmatramo nastavni proces, shvatićemo da nije. Da bi se uradio jedan zadatak učenici moraju imati određena predznanja, tako da uvijek polazimo od osnovnih znanja bez kojih je nemoguće uraditi bilo koji zadatak. Nastavnik kao „rukovodilac“ nastavnog procesa ima mnogo veći fond znanja od učenika i on bi trebao poznavati više modela za rješavanje zadataka. Često nažalost dolazimo u situaciju da srećemo nastavnike koji dovoljno ne poznaju matematičko modelovanje, ali nisu ni zainteresovani da ga istražuju. Ako jedan učenik ima nadprosječne sposobnosti (iako je za stvaranje novih modela potrebno da je učenik prosječnih sposobnosti ([18]) i koristi i stvara nove modele za rad i rješavanje zadataka, njega treba podstaći, a ne sputavati nepriznavanjem rješenja zadataka. Da bi sam nastavnik podsticao ovakve učenika znači da i on treba pronalaziti nove modele za učenje i samostalno proučavati matematičko modelovanje. Sada se prirodno postavlja pitanje: Šta je potrebno za istraživanje matematičkih modela? Osim znanja, potrebno je i stvaralačko mišljenje.

Nastavni programi i zastupljenost modelovanja u svakodnevnoj nastavnoj praksi

Neki nastavni planovi i programi nekih zemalje (kao što su Holandija, Australija, Njemačka), uključuju obavezno modelovanje u srednjoškolski program. Što znači da se svakodnevno primjenjuje u školskoj praksi. Ali to u većini zemalja nije slučaj. Većina zemalja svijeta ne podstiče primjenu modelovanja u nastavi, čak ni na fakultetima, a pogotovo ne u osnovnoj i srednjoj školi. Ali globalno gledajući te razvijene zemlje koje primjenjuju modelovanje u praksi, može se zaključiti da je kod njih modelovanje u porastu. Standardni mali modeli se dobro primjenjuju u školi i dobro se uklapaju s konvencionalnim nastavnim planovima i programima. Kod nas (na prostoru bivše Jugoslavije), to nije slučaj. Modelovanje se u skorije vrijeme počelo primjenjivati na fakultetskom nivou, a većinom se modelovanjem bave stručnjaci iz oblasti matematičke edukacije. Planovi i praktična primjena se

dosta razlikuju, kada govorimo o modelovanju u svijetu. Proračuni na svijetском nivou se razlikuju od primjene modela u redovnoj nastavi. Planira se porast modelovanja u nastavi, ali primjena je na nezavidnom nivou. Za to postoji mnogo razloga.

Prepreke u primjeni modela i modelovanja u nastavi

1. Jedna od najvažnijih prepreka je možda kivnost i nekompetentnost nastavnika da primjenjuje modelovanje u nastavi tj. takav način rada sa djecom.
2. Prepreke koje dolaze sa aspekta nastave i naravno načina ocjenjivanja. Modelovanje zahtjeva puno vremena, a ne uklapa se ni u redovni nastavni plan matematike, niti u redovne škole ili univerzitetske organizacije. Modelovanje je samo po sebi teško procijeniti, a što nije ispitano neće se uzeti za ozbiljno od strane nastavnika ili učenika (jer se u nastavne udžbenike pišu samo provjerene i naučno dokazane činjenice). Kada govorimo o nastavnom procesu bitno je da spomenemo i trajanje časa. Jedan nastavni čas traje 45 min., i skoro je nemoguće realizovati planirane nastavne sadržaje, a pogotovo izdvajati vrijeme za modelovanje. Sami nastavni planovi i programi su preopterećeni.
3. Modelovanje čini matematičke lekcije sve zahtjevnijim, što zahtjeva veliku angažovanost od strane studenta, te i veći rad. Ispiti takođe postaju sve zahtjevniji. Zato su studenti sve manje zainteresovani za istraživanje modelovanja ili učestvovanje u istraživanju.
4. Ako nastavnik primjenjuje modelovanje u nastavi od njega se zahtjevaju velika matematička znanja i kvalifikacije, kao i sposobnosti da upravljaju ovakvim nastavnim procesom. Sam nastavnik ne poznaje dovoljno primjera modelovanja pogodnih za instrukcije. Tako da se od nastavnika (ako primjenjuje modelovanje traži veća aktivnost i dodatni napor). On mora voditi računa i o prilagođavanju zadataka ili modela uzrastu učenika, a većina nastavnika za ovo nije sposobna.

O kompatibilnosti nastavnika ćemo govoriti nešto šire u daljem tekstu.

Modelovanje nastave matematike u osnovnoj skoli

Na osnovu djela mnogih naučnika možemo primjetiti da se modelovanje primjenjuje u najnižim razredima osnovne škole, s tim da mi je to neshvatljivo, jer je ipak za stvaranje novih modela za rad potrebno znanje i viši nivo mišljenja. Na tom nivou učenici mogu da rješavanju zadatke samo na osnovu modela koji im pokaže učitelj. Učenička znanja su još uvijek bazirana na nivo prepoznavanja i u malo višim razredima na nivou reprodukcije, dok o stvaralačkom mišljenju² (iznalaženju novih modela), u ovom slučaju ne možemo govoriti, a ni o nivou primjene istih u praksi. Ali se slažem sa njihovom konstatacijom da modelovanje treba podsticati od

² Poljak (1985), Vilotijević (1999)- stvorili hijerarhizaciju znanja zavisno od stepena ovladanosti, tj. kvalitetA znanja na pet nivoa (znanje na nivou prisjećanja, na nivou prepoznavanja, reprodukcije, primjenjeno-operativni nivo i stvaralačko znanje)

najnižih razreda osnovne škole. Takođe smatram da bi za pronalaženje novih modela trebalo koristiti bar osnovno znanje iz oblasti matematike, a i da se modelovanje ne treba primjenjivati samo u matematici, već i u ostalim naukama gdje je to moguće. Mnogo empirijskih studija se bavilo pitanjem kako se modelovanje može predavati u školi (Maass (2007), Blum i Leiss (2007))? Ovo pitanje je dosta kompleksno. Međutim odgovor može da bude jednostavan. Da bi nekomе mogao nešto da predaješ moraš da sam znaš šta predaješ i da osmisliš način kako da to drugome objasniš i pokažeš. Upravo o ovome su govorili i najveći matematičar i(koji su proučavali modelovanje). Njihov rad je bio složen, ali se zasnivao na jednostavnom principu: Ako želimo da naši studenti predaju modeliranje na odgovarajući način (sa podudaranjem između sadržaja i metoda, kognitivnog aktiviranja učenika, sa osvrtom na učenje i integraciju sumativne procjene), mi kao predavači moramo da osmislimo sopstveno predavanje na isti način (podudaranje između sadržaja i metoda kognitivnog aktiviranja, uvida i sumativne procjene).

Ako još upostimo ovaj princip zaključićemo da bi naučili nekoga da stvara nove modele, mi moramo da ih znamo stvarati, a samim tim da pokažemo kako se to radi, da objasnimo sam postupak rada. Ali ovdje se pojavljuje pitanje o kome smo govorili, a to je stručnost nastavnika i shvatanje pojma modelovanje. Većina istraživača je prilikom izvođenja istraživanja i eksperimenata sa grupama govorila: Nismo sigurni da su nastavnici (predavači) koje smo vam dodjelili stručni ili dovoljno osposobljeni da vam objasne modelovanje.

Slažem se sa nekim autorima koji smatraju da se novi modeli najviše pojavljuju u problemskoj nastavi ([18]). Problemska nastava je veoma specifična vrsta nastave. Ona se manje primjenjuje u nastavnom procesu, ali ona po meni predstavlja idealan način organizovanja nastavnog procesa da bi se podstaklo stvaralačko mišljenje učenika. Često učenici i nastavnici ne shvataju sam način organizovanja časa problemske nastave, pa zato izbjegavaju da je primjenjuju. Primjenom ove nastave povećava se aktivnost učenika i on pronalazi nove modela za rješavanje postavljenog zadatka uz naravno malu pomoć nastavnika. Da bi riješio postavljeni zadatak učenik mora da koristi svo svoje znanje i sva raspoloživa sredstva. Poznavanje elementarnih znanja iz oblasti matematike je neophodno da bi se pronašao novi način ili model za rješavanje zadatka. Ako nastavnik pokaže učeniku jedan model po kome će on raditi zadatak, znanja učenika će biti na nezavidnom nivou, jer će učenik u svim situacijama koristiti isti model. Neki autori navode da je potrebno djeci postavljati problemske situacije koje su u vezi sa realnim svijetom koji je njima pristupačan (poznat), da bi oni što lakše mogli stvoriti svoje modele za rad. Da bi učenik izgradio svoj model rada on mora dobro proučiti zadatak, izdvojiti poznate činjenice, zaključiti šta je nepoznato, a potom koristeći znanja pristupiti rješavanju zadataka primjenom različitih modela. Spomenula sam da je potrebno povećati aktivnost učenika u nastavnom procesu da bi stvorio svoje modele rada, a o tome nam govore i velike teorije iz oblasti matematičkog obrazovanja kao što su, na primjer, Teorija didaktičkih situacija, Konstruktivizam i kao i Socio-kulturni pristup. Sve ove teorije se baziraju na nekoliko principa, čija se suština ogleda u povećanju aktivnosti učenika. Da bi učenik riješio postavljenje zadatke na nove načine, tražeći nove modele on mora biti podstaknut od strane

nastavnika, ali kako ako nastavnik neće ili nije u mogućnosti da mu pomogne. Ovdje se postavlja pitanje: Stručnosti nastavnika za pronalaženje novih modela za rad ili kakva su znanja nastavnika?

Analiza / Diskusija

Ako pogledamo istraživanja nekih naših matematičara /istraživača matematičkog obrazovanja (pogledati, na primjer, Romano-ov tekst³, o znanjima studenata pedagoških fakulteta o pojmu duži kao osnovnom pojmu geometrije), doći ćemo do poražavajućih podataka i činjenica. Studenti su 4. godine fakulteta i uopšte nemaju znanja o pojmu duži. Što znači da će ovi studenti sutra učiti djecu i kako će oni podstaći učenika da stvori nove modele po kojim će raditi kada ni on nema osnovnih znanja potrebnih za rješavanje zadataka. Ovdje se pojavljuje i mišljenje profesora Barbarose - o matematičkom modelovanju- koji je istakao: „formulisanje društveno kritičke perspektive se zasniva na posljedici studija o vezi između matematike, matematičkog modela (modelovanja) i društva“ ([2]). Što nam govori da je potrebno cijelo društvo podstaći na pronalaženje novih modela za rješavanje problema ne samo u matematici već i u ostalim naukama i primjenu tih modela ne samo pri rješavanju zadataka, već i u svakodnevnim životnim situacijama. Podstičući same učenike, od usvajanja osnovnih pojmova iz oblasti matematike, da stvaraju nove modele za rad stvorili smo odlične uslove za razvoj matematičkog modelovanja u nastavi. Pri rješavanju zadataka sam učenik stvara sopstveni model po kome radi u zavisnosti od situacije u kojoj se nalazi i znanja sa kojim raspolaže. Da bi učenik znao da je njegov model ispravan mora imati pomoć nastavnika, što znači da sam nastavnik mora imati veliko znanje iz oblasti matematičkog modelovanja, a da i sam istražuje modelovanje.

Neki autori ističu (na pr. Barbarosa u svojim raznim djelima), da bi se potvrdilo da li je neki model dobar učenici trebaju da rade u paru ili grupi i na kraju da diskutuju o modelu kog su stvorili. Samo će tako znati da li je model ispravan. Radeći u grupama učenici komuniciraju, opisuju, objašnjavaju i opravavaju svoje stavove, postavljaju razna pitanja i nagađanja, pomažu jedni drugima kod razvoja vještina, razvijaju socijalne vještine, promovišu samopouzdanje, a takođe dolazi i do sukoba. Vođenjem diskusija nakon rada učenici/studenti poboljšavaju argumentaciju. Samim tim djeca se razvijaju, formiraju svoje stavove i mišljenja, uče se logičkom mišljenju i zaključivanju i provjeravaju svoje znanje u odnosu na druge učenike. U socijalnoj interakciji dolazi do provjeravanja validnosti stvorenog modela i primjenu tog modela u raznim situacijama(naravno najvažnije pri rješavanju matematičkih zadataka, ali i u svakodnevnom životu). Ovakvim načinom rada (ali u drugim kontekstima), bavili su se i Tuckman i Janssens ([24]). Oni su u radu grupe identifikovali pet faza:

³ D.A.Romano: *Poteškoće koje budući učitelji imaju pri uvođenju pojmu duži*; 1-10 pp. (dostupno na <http://www.pfb.unssa.rs.ba/Nastavnici/Redovni/DanielRomano.htm>)

- Formiranje,
- Stormiranje,
- Normiranje,
- Objavljivanje i
- Obrada podataka.

Ove faze možemo uvidjeti i kod mnogih matematičara koji se bave matematičkim modelovanjem. I u istraživanjima koje je sproveo prof. Barbarosa sa nastavnicima, možemo primjetiti da su grupe prolazile kroz ove faze pri radu. Međutim (Kagan, 1990), pri radu grupe u stvaranju novih modela neophodna je: pozitivna međuzavisnost, licem-u-licem-interakcija, pojedinačna i grupna odgovornost, međuljudske vještine u malim grupama i grupna obrada podataka. Ali iste osobine pri radu grupe navode i Johnson, Johnson i Johnson-Holubec (1993). Što znači da je pripremanje, odabir i praćenje grupe veoma složen proces i zahtjeva mnogo napora od strane nastavnika. Jer od samog sastava grupe i rada grupe zavisi i uspješnost rada svih članova, a samim tim i uspješnost shvatanja matematičkog modelovanja i stvaranje modela. Problematikom rada u grupi (koja podrazumjeva možda jedan od najopširnijih radova o grupnom obliku rada), bavila se i Christina Chalmers⁴. Posmatrajući njeno djelo „*Grupna metakognicija tokom rješavanja matematičkih problema*“, stiče se uvid o tome kako treba organizovati jedan grupni oblik rada, pri rješavanju složenih matematičkih problema, u koje naravno spada i modeliranje. Jer je stvaranje novih modela jedan od najsloženijih načina rada i mišljenja. Tako da se njen rad može koristiti da bi se organizovao jedan kvalitetan grupni oblik rada, pri stvaranju modela.

Bitno je da napomenemo da sam tvorac modela mora imati na umu da je taj model za tzv. „višestruku upotrebu“, što znači da će se koristiti dugo i da će ga koristiti mnogi matematičari, naravno ako je model kvalitetan. Barbarosa (Jonei Cerqueira Barbarosa, 2006) je svoje mišljenje dokazao i istraživanjem nad studentima i nastavnicima koji su pozvani na doškolovanje. Dao je njima razne zadatke - jedni su bili vezani za poskupljenje karata gradskog prevoza, a drugi sa problemima hidroelektrane koja snabdijeva strujom grad gdje oni žive - Brazil. Kao što vidimo zadaci su vezani za životne situacije, a to smo istakli da je poželjno dati učenicima, jer će lakše pronaći model za rad. Suština ovih istraživanja bila je stvaranje novih modela. Studenti su radili po grupama i koristili različite modele za rješavanje problema, a na kraju su grupe raspravljale da li su modeli dobri ili nisu. Do istih podataka nisu došli, jer im sve informacije nisu bile poznate, pa su koristili promjenjive. Ovo su može desiti i u redovnoj nastavi, zato je uloga nastavnika veoma važna. Bitno je napomenuti da je svaki model na neki način pristrasan i oko njega se mogu stvoriti predrasude, zato se svaki model provjerava. U nastavnom procesu se koriste samo provjerene činjenice i modeli, jer tako zahtjeva nastavni proces, a to je često i razlog zašto nastavnici ne koriste nove modele u nastavi, već pribjegavaju korišćenju nekoliko modela koji se pretvaraju u šablone, a nastavni proces postaje monoton i za učenike i za nastavnike. Ovdje se pojavljuje i problem

⁴ Christina Chalmers, Queensland University of Technology

udžbenika i nastavnih materijala. U njima se pojavljuju određeni modeli po kojima se rade zadaci. Zato se novi modeli ne traže od učenika, jer nisu potrebni u nastavi. Ovakvim načinom rada se ne podstiče stvaralačko mišljenje, učenici ne mogu napredovati i ako se među tim malim učeničkim glavama nalazi novi Anštajn ili Tesla, mi ćemo ga „upropastiti“. Stvoriti novi model po kome će raditi je teško, ali ne i nemoguće. Koristeći savremenu tehnologiju djeca mogu stvoriti mnogo toga, ali i ne moraju, jer su sve navikli rješavati pritiskom na jedno dugme računara. Ovim se ne stvaraju uslovi za nastajanje novih modela.

Osim profesora Barbarose, mnogi su vršili istraživanje iz oblasti modelovanja. Među njima je i prof English. Ona ističe da je matematičko modelovanje složen sistem, koji je tradicionalno orjentisan za srednje škole, da je moćno sredstvo za rješavanje problema, ali da osoba koja stvara modele treba da bude fleksibilna, kreativna i da posjeduju tehnološke vještine (da poznaje i koristi savremenu tehnologiju). „Učenici koji su ovladali određenim modelima znatno lakše i brže usvajaju nova znanja, jednostavnije se snalaze u problemskim situacijama, sigurniji su prilikom davanja odgovora i znatno su motivisaniji za rad“ (Milinković Dragica- *Modelski pristup diferenciranoj obradi problemskih zadataka*). Lošim nastavnim materijalom, neadekvatnim nastavnim kadrom „kočimo“ misaone aktivnosti učenika, stvaralačko mišljenje i sputavamo stvaralaštvo. Treba podsticati učenika da proučavaju matematičke probleme, prevode ih u matematičku formu i primjenom matematičkih znanja pronalaze nove modele za rad, jer svaki urađen zadatak treba da bude rezultat kreativnosti i stvaralačkog rada.

Zaključak

Analizirajući rad dolazi se do zaključka da je modelovanje veoma široka oblast. Samim tim postoji mnogo matematičara koji se bave modelovanjem, ali u školi se modelovanje jako malo primjenjuju. Razlozi za to su brojni. Od težine modelovanja, nekompatibilnosti nastavnika, a samim tim i nezainteresovanosti od strane učenika. Mislim da je glavni problem slabo poznavanje problematike modelovanja, a ovome doprinosi i velika složenost i nemogućnost objašnjavanja načina stvaranja modela. Iako se mnogi matematičari bave modelovanjem, oni nisu u mogućnosti da objasne studentima kako se stvara model, jer svaki model se stvara na drugačiji način i stvaraju ga različite individue. Generalni zaključak je da je modelovanje slabo zastupljeno u školi (osim u nekim velikim zemljama, s tim da ni tamo nije zastupljeno u mjeri kojoj bi trebalo), a ciljevi su suprotni od toga. U velikim zemljama modelovanje primjenjuju u srednjim školama i na univerzitetskim institucijama. Što je suprotno od navođenja nekih autora da se modelovanje primjenjuje na najnižem školskom nivou. Lično mišljenje je da se modelovanje treba primjenjivati na višem nivou školovanja, posebno na fakultetima, jer učenici na najnižem nivou nemaju znanja koja su potrebna za stvaranje modela. Modelovanje iziskuje posjedovanja velikog fonda znanja i sposobnosti stvaralačkog mišljenja (kao najvišeg oblika mišljenja). Što nije slučaj u nižim razredima škole. Nastavni udžbenici nisu prilagođeni (bar ne na našem području), ovakvom obliku organizovanja nastave. U udžbenicima je postavljen jedan ili nekoliko modela,

po kojim se rade zadaci, ali stvaranje novih modela nije prihvatljivo. Znači da se pojavljuje i problem neadekvatnih udžbenika, što znači da ako želimo modelovanje uključiti u školski sistem moramo ga u potpunosti izmjeniti (od nastavnog plana do udžbenika), ali to je jako teško, skoro nemoguće. Pri primjeni ovakvog oblika rada treba organizovati i učenike, motivisati ih za rad, a to je teško, jer ni nastavnici ne žele da se bave modelovanjem. Naravno iz više razloga: ili ne žele, ili ne znaju. Aktivnost nastavnika se povećava, pa slobodno možemo reći za 100%. On treba sam da istražuje modelovanje, da ga primjenjuje, vodi učenika i usmjerava, dok oni stvaraju modele i raspravljaju o njihovoj validnosti. Samo organizovanje učenika može da predstavlja jedan model vezan za rad grupe.

Literatura

- [1] J.C.Barbosa: *Mathematical modelling in classroom: a critical and discursive perspective*. ZDM, 38 (3)(2006), 293-301.
- [2] J.C.Barbosa: *Mathematical Modelling, The Socio-critical Perspective and the Reflexive Discussion*, preuzeto sa <http://tsg.icme11.org/document/get/439>
- [3] R.C.Bogdan & S.K.Biklen: *Qualitative research for education: an introduction to theory and methods*. Needham Heights, MA: Ally & Bacon, 1998.
- [4] K.Charmaz: *Constructing grounded theory: a practical guide through qualitative analysis*. London: Sage, 2006.
- [5] U.D'Ambrósio: *The role of mathematics in educational systems*. ZDM, 39 (1-2) (2007), 173- 181.
- [6] D.Edwards & M.Hamson: *Guide to mathematical modelling*. Boca Raton: CRC Press, 1990.
- [7] L.D. English: *Mathematical Modelling in the Primary School*, MERGA 2004, 207-214
- [8] E.Jablonka & U.Gellert: *Mathematisation - demathematisation*. In: U. Gellert & E. Jablonka (Eds.). *Mathematisation and demathematisation: social, philosophical and educational ramifications*. Rotterdam: Sense Publishers, 2007, 1-18.
- [9] Hans-Wolfgang Henn: *Modelling in School . Changes and Obstacles*, The Montana Mathematics Enthusiast, Monograph 3, pp.125-138
- [10] James J. Watters, Lyn English, and Sue Mahoney: *Mathematical Modeling in the Elementary School*. Queensland University of Technology, Brisbane, Australia, 2000
- [11] D.Johnson, R.Johnson & E. Johnson-Holubec: *Cooperation in the classroom* (6th ed.). Edina, MN: Interaction Book Company, 1993.
- [12] G.Kaiser & B.Sriraman: *A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education*. ZDM, 38 (3)(2006), 302-310.
- [13] G.Kaiser, B.Sriraman, M.Blomhøj & F.J.Garcia: *Report from the working group modelling and applications – differentiating perspectives and delineating commonalties*. CERME 5 (2007), WG 13 _Introduction.pdf.
- [14] Z.Marković: *Matematičko modelovanje u matematičkom obrazovanju*, IMO, Vol. III (2011), Broj 4, 35-50
- [15] D.Milinković: *Modelski pristup diferenciranoj obradi problemskih zadataka*; Norma, IX (1)(2003), 143-153
- [16] N. Mousoulides, M. Pittalis, C. Christou, P. Boytchev , B. Sriraman & D.Pitta: *Mathematical Modelling Using Technology in Elementary School*, Preuzeto sa <http://www.elica.net/download/papers/MathModTechElemSchool.pdf>

- [17] M.Niss, W.Blum & P.Galbraith: *Introduction*. In: W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & N. Mogens (Eds.). *Modelling and applications in mathematics education* , The 14th ICMI Study. New York: Springer, 2007, 3-32.
- [18] N.Petrović, M.Mrđa i P.Kovačević: *Modelsko-problemski pristup nastavi matematike*; Norma, X(1-2) (2004), 111-121
- [19] D.A.Romano: *Istraživanje matematičkog obrazovanja*; IMO, Vol. I (2009), broj 1, 1-10
- [20] M.A.Santos: *A produção de discussões reflexivas em um ambiente de modelagem matemática*. Unpublished master dissertation. Federal University of Bahia and State University of Feira de Santana, 2007
- [21] A.H.Schoenfeld: *Namjere i metode u istraživanju matematičkog obrazovanja*, IMO, Vol. III (2011), Broj 4, 23-34
- [22] O.Skovsmose: *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer, 1994.
- [23] O.Skovsmose: *Challenges for Mathematics Education Research*. In: J. Maasz & Schloeglmann, W. (Eds.) *New mathematics education research and practice*. Rotterdam: Sense Publishers, 2006, 33-50.
- [24] B.W.Tuckman & M.A.Jensen.: *Stages of small group development revisited*. Group & Organization Studies, 2(4)(1977), 419-427.