

Završni izvještaj o realizaciji projekta
Special Maltzev's Relational Systems – Coequalities and Quasi-antiorders
Naučno društvo matematičara Banja Luka

Duško Bogdanić, Siniša Crvenković, Duško Jojić
Melanija Mitrović, Milenko Pikula, Daniel A. Romano,
Biljana Sukara-Čelić, Vladimir Telebak

Sažetak: Izložena je produkcija članova istraživačkog tima na projektu “Special Maltzev’s Relational Systems – Coequalities and Quasi-Antiorders” – naučni članci, na Engleskom jeziku, objavljeni u naučnim časopisima dostupnim međunarodnoj akademskoj i naučnoj zajednici. Projekt je realizovalo Naučno društvo matematičara Banja Luka (D.Bogdanić,, D.Jojić, D.A.Romano, B.Sukara-Čelić i V.Telebak) uz saradnju sa Mašinskim fakultetom u Nišu (M.Mitrović), Prirodno-matematičkim fakultetom u Novom Sadu (S.Crvenković), Filozofskim fakultetom u Palama (M.Pikula) i Mašinskim fakultetom u Banjoj Luci (M.Vinčić)

Math.Subj.Class (2010): 00-02

Ključne riječi i fraze: Izvještaj o naučnom radu

Uvod

Za dati anti-uređeni skup (algebarsku strukturu) $(X, =, \neq, \alpha)$ esencijalno je da znamo da li postoji neka relacija koekvivalencije q na X takva da je X/q takođe anti-uređeni skup (algebarska struktura). Ovo pitanje igra važnu ulogu u studijama struktura anti-uređenih skupova (i algebarskih struktura). Slijedeće pitanje se prirodno pojavljuje: *Ako je $(X, =, \neq, \alpha)$ jedan anti-uređeni skup (algebarska struktura) a q neka relacija koekvivalencije (anti-kongruencija) na X , da li je faktor-skup (faktorska algebarska struktura) X/q takođe anti-uređeni skup (algebarska struktura istog tipa)?* Trebalo bi da anti-uređenje na X/q bude relacija Θ na X/q determinisana na slijedeći način: $\Theta = \{(xq, yq) \in X/q : (x, y) \in \alpha\}$. Međutim, to se ne dešava. Zadatak ovog projekta je bio da utvrdimo zašto je to tako i da pronađemo (ako to bude moguće) minimalna ograničenja na anti-uređene skupove (algebarske strukture) koja će obezbijediti da faktorski skup (faktorska algebarska struktura) bude anti-uređena. Drugo prirodno pitanje koj se pojavljuje je: *Da li postoji relacija koekvivalencije q na X za koju je X/q ponovo anti-uređeni skup takav da prirodno preslikavanje $\pi : X \rightarrow X/q$ bude reverzno izotono?*

Algebarske sisteme u matematiku uveo je ruski matematičar Maljcev 1954. godine. Pod tim se, u prvoj aproksimaciji, podrazumijeva algebarska struktura sa jednom, ili više, relacija na njoj. Predmet ovog istraživanja su Maljcevljevi algebarski sistemi u nekim specijalnim slučajevima: Algebarska struktura će biti polugrupa i/ili algebra sa relacijom različitosti, a specijalne relacije koje će se izučavati su parovi kompatibilnih relacija:

- (1) ekvivalencija i relacija koekvivalencije;
- (2) uređenje i anti-uređenje; i
- (8) kvazi-uređenje i kvazi-antiuređenje.

Relacija koekvivalencije q determiniše familiju S/q strogo konzistentnih podskupova algebarske strukture S .

Autori su ponudili odgovore na slijedeća pitanja:

Pitanje A. *Ako je struktura S relaciona struktura sa relacijom R a q neka relacija koekvivalencije na S , da li tada na strukturi S/q postoji relacija R/q takva da je funkcija $\pi : S \rightarrow S/q$ izotoni homomorfizam ?*

Pitanje B. *Ako je u gornjem slučaju relacija R kvazi-antiuređenja (anti-uređenja), tj. konzistentna i kotranzitivna (i linearna) relacija na strukturi S , koje osobine ima relacija R/q ?*

Budući da znamo da odgovor na gornja pitanja nije uvijek afirmativan, postavljaju se slijedeći zahtjevi:

Zahtijev 1: *Naći potrebne i dovoljne uslove koje treba nametnuti na učesnike pitanja A i B tado da, u tim slučajevima, odgovor bude afirmativan.*

Zahtijev 2: *U slučajevima afirmativnih odgovora na pitanja A i B istražiti problem jedinstvenosti. Ako odgovor na pitanje A ne daje jedinstvenu egzistenciju relacije R/q , tada pronaći familiju relacija koje ispunjavaju uslove postavljene pitanjem A.*

Na kraju, istraživanje je dalo neke (parcijalne) odgovore na slijedeće pitanje:

Pitanje C: *Kakve su familije objekata, i kakve su njihove međusobne veze, čiji elementi su odgovori na gore postavljena pitanja?*

U ovaom parcijalnom izvještaju prezentirana je produkcija članova istraživačkog tima u periodu u kojem je realizovan projekt.

1. Publikovani naučni članci u časopisima međunarodnog značaja:

Članci su publikovani u matematičkim časopisima koji se redovno prikazuju i referišu u pet najvažnijih referativna žurnala za matematiku:

Mathematical Review, ISSN 0025-5629 (USA),
Current Mathematical Publications, ISSN 0361-4794 (USA),
Math.Sci.Net (USA)

Zentralblatt für Mathematik (EU), i

Реферативный журнал – Математика (Rusija). ISSN 0235-2184

Sem toga, časopis se redovno referišu i/ili indeksiraju u bar jednoj od slijedećih međunarodnih baza naučnih članaka:

Directory of Open Access Journals (Sweden), *Ulrich's Periodicals Directory* (USA), *EBSCO* (USA), *Driver Wiki* (EU), *SerialsSolutions* (USA), *Intute* (UK), *Science Citation Index Expanded (SCIE)* - Thomson Reuters, *SCOPUS* (EU), *Index Copernicus International* (Poland) i nekim drugim međunarodnim bazama.

- [15] **Duško Bogdanić**: *Graded Brauer Tree Algebras*, Journal of Pure and Applied Algebra, ISSN 0022-4049, 214 (9) (2010), 1534-1552
- [14] **Siniša Crvenković, Melanija Mitrović and Daniel A. Romano**: *Complementary pair of quasi-antiorders*; Reports of Mathematical Logic, ISSN: 0137-2904, 45(2010), 135-142
- [13] **Dusko Jojic**: *The cd-index of the Poset of Intervals and E_t -Construction*; The Rocky Mountain Journal of Mathematics; ISSN 0035-7596, 40(2)(2010), 527-541
- [12] **Daniel A. Romano**: *Extension of Rectangular Band Anticongruence in Subsemigroup with Apartness*; International Journal of Algebra, ISSN 1312-8868, 4(17)(2010), 809-818
- [11] **Daniel A. Romano**: *Some remarks on mapping from semigroup onto anti-ordered group*; International Mathematical Forum, ISSN 1312-7594, Vol. 5 (38)(2010), 1849-1853
- [10] **Daniel A. Romano**: *On Positive Mappings from Semigroup into Anti-ordered Set*; Annals of University of Craiova, Math. Comp. Sci. Ser. ISSN 1223-6934, Vol. 37 (1)(2010), 90-95
- [9] **Daniel A. Romano and Milovan Vinčić**: *On Commuting Property of Filed Product of Coequality Relations*; Journal of Mathematical Sciences: Advances and Applications, ISSN 0974-5750, 6(1)(2010), 113-124
- [8] **D.A. Romano**: *Some Characterizations of Filed Product of Quasi-antiorder Relations*; Acta Universitatis Apulensis, Seria Mathematics and Informatics, ISSN 1582-5329, 23 (2010), 133-138
- [7] **D.A. Romano**: *A complete anti-order is the intersection of the family of all anti-orders containing it*; Journal of Pure and Applied Mathematics: Advances and Applications, ISSN 0974 – 9381, 1(2) (2009), 121-128
- [6] **D.A. Romano**: *A Complete quasi-antiorder is the intersection of a collection of quasi-antiorders*; Journal of Mathematical Sciences: Advances and Applications, ISSN 0974-5750, 2(2)(2009), 215-220
- [5] **Siniša Crvenković, Milenko Pikula and Daniel A. Romano**: *Some Remarks on Class Preserving Mappings of Coequality Relational Systems*; International Journal of Mathematical Sciences and Engineering Applications (IJMSEA), ISSN 0973-9424, Vol.3, No. I, March 2009, 339-348

- [4] **Daniel A. Romano:** *A theorem on QA-homomorphisms*; JP Journal of Algebra, Number Theory and Applications, ISSN 0972-5555, Volume 13(1)(2009), 7-15
- [3] **Duško Bogdanić, Siniša Crvenković and Daniel A. Romano:** *Another isomorphism theorem on anti-ordered semigroups*; International Journal of Contemporary Mathematical Sciences, ISSN 1312-7586, 4(5)(2009), 241-245.
- [2] **Biljana Sukara-Ćelić, Daniel A. Romano and Vladimir Telebak:** *A theorem on weakly regular coequality relation*; International Journal of Contemporary Mathematical Sciences, ISSN 1312-7586, 4(3)(2009), 115-120
- [1] **Melanija Mitrović, Daniel A. Romano and Milovan Vinčić:** *A Theorem on semilattice-ordered semigroup*; International Mathematical Forum; ISSN 1312-7594, 4(5)(2009), 227-232

2. Publikovani naučni članci u nacionalnom časopisu

Bulletin of Society of Mathematicians Banja Luka se indeksira i referiše u slijedećim bazama *Mathematical Reviews* (USA), *Zentralblatt fur Mathematik* (Germany), *Index Copernicus International* (Poland), *Реферативный журнал – Математика* (Russia), *Ulrichsweb* (USA) and *EBSCO* (USA)

IC-index of the *Bulletin of Society of Mathematicians Banja Luka* is **4.5 (2009)**

- [3] **Daniel A. Romano:** *A Construction of anti-ordered group by an anti-ordered commutative semigroup with apartness*, Bull. Soc. Math. Banja Luka, ISSN 0354-5792 (p), ISSN 1986-521X (o), Vol. 16(2009), 5-9
- [2] **Daniel A. Romano and Milovan Vinčić:** *Some notes on quasi-antiorders and coequality relations*, Bull. Soc. Math. Banja Luka, ISSN 0354-5792 (p), ISSN 1986-521X (o), Vol. 16(2009), 43-51
- [1] **Duško Bogdanić, Daniel A. Romano and Milovan Vinčić:** *A Connection between Quasi-antiorders and Pairs of Coequalities*; Bull. Soc. Math. Banja Luka, ISSN 0354-5792, Vol. 15(2008), 9-14

3. Odbranjena doktorska disertacija

- [1] **D. Bogdanić:** *Graded Blocks of Group Algebras*; (Ph.D. Thesis) Mathematical Institute of Oxford University, UK, May 2010, (Supervizori: Prof. Karin Erdmann i Prof. Raphael Rouquier)