MAT-KOL (Banja Luka) **ISSN 0354-6969**
XV(2)(2009), 31-44

TEST IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE

Dr. Šefket Arslanagić
Prirodno-matematički fakultet Sarajevo
e-mail: asefket@pmf.unsa.ba

Sažetak: U ovom radu ćemo dati jedan test iz elementarne matematike namijenjen svršenim srednjoškolcima. Test se sastoji iz dva dijela, i to: I dio od 20 zadataka, i II dio od 10 zadataka. U tekstu samog testa dato je objašnjenje o zadacima, bodovanju tačnih odgovora kao i kriteriju ocjenjivanja nakon obavljenog testiranja.

Abstract: In this paper we will present one elementary mathematics test for gradueted highschool students. Test is made of two parts: I part with 20 questions, II part with 10 questions. In text of the test there is an explanation for given questions, scoring of correct answers and grading after the test.

Ključne riječi: elementarna matematike, test
Key words: elementary mathematic, test
Mathematics Subject Classification (2000): **97D50, 97D70**

Ovdje ćemo dati test kao i tačna rješenja svih zadataka iz testa. Poslije toga ćemo dati i rezultate testiranja. Testirano je ukupno 30 učenika. U odgovarajućim tabelama ćemo dati sve relevantne podatke o broju osvojenih bodova svakog učenika kao i o broju tačno urađenih zadataka. Iz te tabele ćemo vidjeti koji su zadaci bili najteži, odnosno najlakši.

Mišljenja smo da ovaj test može biti koristan zainteresovanim nastavnicima matematike u srednjoj školi kako bi i oni mogli sačiniti sličan test i tako steći dobar uvid u znanje iz matematike svojih učenika maturanata (ili nešto mlađih učenika). Naravno, poslije obavljenog testiranja i saopštavanja rezultata učenicima, obavezno treba izvršiti analizu testa, ukazati na uočene greške i propuste kako bi učenici to spoznali i ubuduće ih ne bi ponavljali. Na kraju ovog rada mi ćemo dati, koristeći tabele i analizu našeg testa kao i sve relevantne podatke o kojima smo gore govorili. Time će ovaj rad u potpunosti poslužiti svojoj namjeni i biti od koristi potencijalnim čitaocima ovog rada.

Najprije ćemo dati sadržaj ovog testa.

TEST IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE
(april 2009.)
I dio – Test 1

1. Vrijednost izraza $\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}-\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ je:

a) 0; b) $-2\sqrt{5}$; c) $2\sqrt{5}$; d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. Izraz $\frac{x^2-5x+4}{x^2-4x};\ x\neq 4,\ x\neq 0$ je jednak:

a) $\frac{x-5}{x-1}$; b) $\frac{4-5x}{-4x}$; c) $\frac{x-1}{x-4}$; d) $\frac{x-1}{x}$.

3. Ako su x_1 i x_2 korjeni jednačine $2x^2+5x-4=0$, tada je vrijednost izraza $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ jednaka:

a) $-\frac{5}{4}$; b) $\frac{4}{5}$; c) $\frac{5}{4}$; d) $\frac{\sqrt{57}}{2}$.

4. Izraz $\frac{2\sin\alpha\sin\left(90^0-\alpha\right)}{\cos\alpha-\cos\left(180^0-\alpha\right)}$ za $\alpha\in\left[0,90^0\right)$ je jednak:

a) $\cos\alpha$; b) $\sin\alpha$; c) $2\sin\alpha$; d) 1.

5. Koji od napisanih izraza ima najmanju vrijednost:

a) $\log_4 64$; b) $\sqrt{2}\sin 45^0$; c) $\sqrt{(-5)^2}$; d) $5^{\log_5 6}$.

6. Korjeni jednačine $x^4-8x^2-9=0$ su:

a) 9 i -1; b) ± 3 i $\pm i$; c) ± 3; d) 1 i -9.

7. Korjeni jednačine $\sqrt{5-x}=x-5$ su:

a) 5; b) 5 i 4; c) 10 i 8; d) nema rješenja.

8. Rješenja nejednačine $4x^2-16\le 0$ su:

a) $x\le -2$; b) $x\le \pm 2$; c) $x\in(-\infty,2]\cup[2,+\infty)$; d) $x\in[-2,2]$.

9. Najmanja vrijednost funkcije $y=x^2+6x+10$ je:

a) 1; b) -3; c) 10; d) nema najmanje vrijednosti.

10. Najveća vrijednost funkcije $y=2\cos 3\alpha$ za $\alpha\in\left[0,60^0\right]$ je:

a) -2; b) -6; c) 6; d) 2.

11. Vrijednost izraza $16^{\frac{3}{4}}\cdot 25^{\frac{1}{2}}$ je:

a) 60; b) $8\sqrt{5}$; c) 40; d) 10.

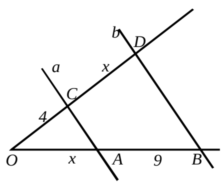
12. Ako je $\log_x 10=-1$, tada je x jednako:

a) 10; b) $\frac{1}{10}$; c) 1; d) -1.

13. Trougao ΔABC je jednakokraki sa dužinom osnovice $\overline{AB}=6m$ i visinom na nju $\overline{CD}=\sqrt{13}m$. Dužina njegovog kraka je:

a) $7m$; b) $\sqrt{22}m$; c) $2m$; d) $\sqrt{10}m$.

14. Na crtežu prave a i b su paralelne. Vrijedi $\overline{OC}=4cm$, $\overline{AB}=9cm$ i $\overline{OA}=\overline{CD}=x\ cm$. Vrijednost od x iznosi:

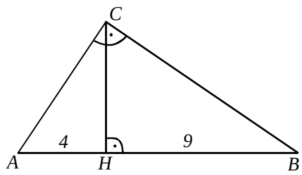


a) $36cm$; b) $4,5cm$; c) $6cm$; d) $\sqrt{13}cm$.

15. Dva trougla su slična sa koeficijentom sličnosti koji iznosi 3. Površina manjeg od njih iznosi $6cm^2$. Površina većeg od njih iznosi:

a) $9cm^2$; b) $2cm^2$; c) $18cm^2$; d) $54cm^2$.

16. Na crtežu je pravougli trougao ΔABC, kod kojeg je $\measuredangle ACB=90^0$, CH je njegova visina, $\overline{AH}=4cm$ i $\overline{BH}=9cm$. Površina trougla ΔABC iznosi:



a) $39cm^2$; b) $36cm^2$; c) $13cm^2$; d) $78cm^2$.

17. Dva od uglova jednog trougla su 81^0 i 39^0, a poluprečnik oko njega opisane kružnice je $10\sqrt{3}cm$. Dužina njegove srednje po dužini stranice iznosi:

a) $60cm$; b) $30cm$; c) $20cm$; d) $40cm$.

18. Dužine stranica trougla su $10cm, 15cm$ i $1dm$. Tada je trougao:

a) oštrougli i jednakokraki; b) tupougli i jednakokraki;
c) pravougli i jednakokraki; d) oštrougli jednakostranični.

19. U oštrouglom trouglu ΔABC dužina stranice BC je $\sqrt{3}cm$, a poluprečnik opisane mu kružnice iznosi $R = 1cm$. Tada ugao $\measuredangle BAC$ iznosi:

a) 60^0; b) 120^0; c) 90^0; d) 30^0.

20. U pravougaoniku $ABCD$ simetrala ugla $\measuredangle BAD$ siječe dijagonalu BD u tački P, tako da je $\overline{BP} : \overline{PD} = 4:3$ i $\overline{AC} = 25cm$. Stranice AB i AD pravougaonika su:

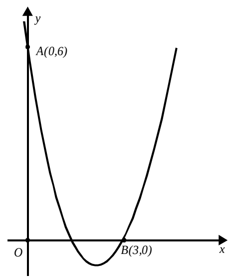
a) $5cm$ i $10\sqrt{6}cm$; b) $4cm$ i $3cm$;
c) $20cm$ i $15cm$; d) $16cm$ i $9cm$.

Napomena 1: Svaki tačan odgovor donosi po 1 bod. Dakle, moguće je ukupno osvojiti 20 bodova. Neće se priznati tačan rezultat ako je samo zaokružen ukoliko nema rada tog zadatka na posebno pripremljenom papiru uz ovaj test. Kada riješiš zadatke iz ovog Testa 1., pređi na Test 2., gdje su dati zadaci bez tačnog odgovora i gdje ti moraš dati odgovor na mjestu tačkica ……………. pošto riješiš zadatak na posebno pripremljenom papiru uz ovaj test.

II dio - Test 2

1. Vrijednost ovog izraza $\left(\frac{1-x}{1+x} - \frac{1+x}{1-x}\right) \cdot \frac{x^2-1}{2}$ za $x \neq \pm 1$ je jednaka …………………………. .

2. Rješenje nejednačine $\frac{(2-x)(3+x)}{2+2x} \geq 0$ zapisano u obliku intervala je …………………….. .



3. Rješenja sistema jednačina:

$$2x - y + 1 = 0,$$
$$4x^2 - y - 2x = 2,$$

su …………………… .

4. Ako je α oštar uago i $sin\alpha = \frac{4}{5}$, tada vrijednost izraza $cos\alpha + sin\alpha \cdot tg\alpha$ iznosi …..………… .

5. Na crtežu je dat grafik kvadratne funkcije $y = x^2 + px + q$. Ako su tačke $A(0,6)$ i $B(3,0)$ na grafiku te funkcije, tada je $p =$………, i $q =$……… .

6. Definiciono područje (domen) izraza $log_x 5 + \sqrt[3]{x-5} - \frac{1}{x-2}$ je $x \in$ ……….. .

7. U jednakokraki trapez $ABCD$ sa dužinama osnovica $\overline{AB} = 8cm$ i $\overline{CD} = 2cm$ je upisana kružnica. Površina trapeza iznosi ………… cm^2 .

8. U trouglu ΔABC težišnica CM , $M \in AB$, iznosi $2cm$, stranica AC ima dužinu $4cm$ i odsječak BM iznosi $2\sqrt{3}cm$. Obim i površina trougla ΔABC su …..…… cm i ……...cm^2.

9. U paralelogramu $ABCD$ je $\measuredangle BAD = 30^0$, $\overline{AD} = 2\sqrt{3}cm$ i $\overline{BD} = 4cm$. Dužina stranice CD iznosi ……….. cm .

10. Dužine stranica trougla iznose $13cm, 14cm$ i $15cm$. Dužina srednje po dužini visine je …. cm .

Napomena 2: Svaki tačno riješen zadatak, tj. svaki tačan odgovor donosi 2 boda. Naravno, priznaće se tačan odgovor ukoliko je zadatak urađen na posebno pripremljenom papiru uz ovaj test. Dakle, u ovom testu moguće je osvojiti maksimalno 20 bodova.

Vrijeme za izradu Testa 1. i Testa 2 je 3 sata. Ocjene su sljedeće nakon sabiranja bodova iz Testa 1. i Testa 2. (maksimalan broj bodova je 20+20=40):

34 i više bodova:	odličan
28 i više (do 33) bodova :	vrlo dobar
22 i više (do 27) bodova:	dobar
16 i više (do 21) bodova:	dovoljan
manje od 16 bodova:	nedovoljan.

 ISSN 0354-6969

I dio - Test 1
Rješenja:

1. $\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}-\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}=\frac{2\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)-2\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}==\frac{2\sqrt{3}-2\sqrt{5}-2\sqrt{3}-2\sqrt{5}}{3-5}=\frac{-4\sqrt{5}}{-2}=2\sqrt{5}$.

2. Imamo
$\frac{x^2-5x+4}{x^2-4x}=\frac{x^2-x-4x+4}{x(x-4)}=\frac{x(x-1)-4(x-1)}{x(x-4)}=\frac{(x-1)(x-4)}{x(x-4)}=\frac{x-1}{x};\ (x\neq 0, x\neq 4).$

3. $2x^2+5x-4=0$
Vietove formule glase $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ i $x_1x_2=\frac{c}{a}$ pa je $x_1+x_2=-\frac{5}{2}$ i $x_1x_2=-\frac{4}{2}=-2$.
Sada je $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_2+x_1}{x_1x_2}=\frac{-\frac{5}{2}}{-2}=\frac{5}{4}$.

4. $\frac{2\sin\alpha\sin\left(90^0-\alpha\right)}{\cos\alpha-\cos\left(180^0-\alpha\right)}=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha-(-\cos\alpha)}=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{2\cos\alpha}=\sin\alpha;\ \alpha\in\left[0,90^0\right)$.

5. $\log_4 64=\log_4 4^3=3$; $\sqrt{2}\sin 45^0=\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2}{2}=1$; $\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{25}=5$; $5^{\log_5 6}=6$

$\sqrt{2}\sin 45^0<\log_4 64<\sqrt{(-5)^2}<5^{\log_5 6}$.

6. $x^4-8x^2-9=0\Rightarrow x^4-1-8x^2-8=0\Rightarrow\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)-8\left(x^2+1\right)=0$

$\Rightarrow\left(x^2+1\right)\left(x^2-1-8\right)=0\Rightarrow\left(x^2-9\right)\left(x^2+1\right)=0$

$\Rightarrow(x-3)(x+3)(x-i)(x+i)=0\Rightarrow x_{1,2}=\pm 3,\ x_{3,4}=\pm i.$

7. $\sqrt{5-x}=x-5$.
Mora biti $5-x\geq 0$ i $x-5\geq 0$ $\Rightarrow x\leq 5$ i $x\geq 5$ $\Rightarrow x=5$.

8. $4x^2-16\leq 0\Rightarrow 4\left(x^2-4\right)\leq 0\Rightarrow 4(x-2)(x+2)\leq 0\Rightarrow(x-2)(x+2)\leq 0$

	$-\infty$	-2		2	$+\infty$
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$
	$+$		$-$		$+$

$x\in[-2,2]$.

9. $y = x^2 + 6x + 10$

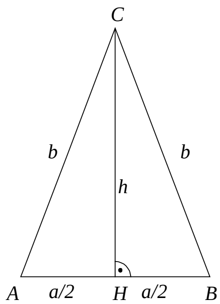
$a = 1 > 0 \Rightarrow min$ u $T(\alpha, \beta)$

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2} = -3 \Rightarrow \beta = y_{min} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 10 - 6^2}{4 \cdot 1} = \frac{40 - 36}{4} = \frac{4}{4} = 1 .$$

10. $y = 2cos3\alpha;\ \alpha \in \left[0, 60^0\right];\quad y_{max} = 2 \cdot 1 = 2$ za $cos3\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 0^0$.

11. $16^{\frac{3}{4}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} = \left(2^4\right)^{\frac{3}{4}} \cdot \left(5^2\right)^{\frac{1}{2}} = 2^3 \cdot 5 = 8 \cdot 5 = 40$.

12. $log_x 10 = -1;\ (0 < x \neq 1) \Rightarrow x^{-1} = 10 \Rightarrow \frac{1}{x} = 10 \Rightarrow x = \frac{1}{10}$.



13. $b^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow b^2 = \left(\sqrt{13}\right)^2 + 3^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow b^2 = 13 + 9 = 22 \Rightarrow b = \sqrt{22}m$.

14. $a \parallel b \Rightarrow$ (Talesova teorema)

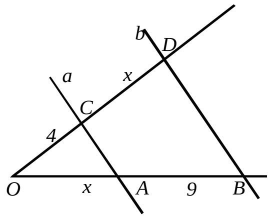
$\Rightarrow 4 : (4 + x) = x : (x + 9)$

$\Rightarrow 4(x + 9) = x(4 + x)$

$\Rightarrow 4x + 36 = 4x + x^2$

$\Rightarrow x^2 = 36$

$\Rightarrow x = 6cm$.



15. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

$\Rightarrow \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} = 3;\ (k = 3)$

$\Rightarrow \frac{P}{P_1} = \frac{a^2}{a_1^2} = \frac{b^2}{b_1^2} = \frac{c^2}{c_1^2} = 3^2 = \frac{9}{1};\ \left(P_1 = 6cm^2\right)$

$\Rightarrow \frac{P}{6} = \frac{9}{1} \Rightarrow P = 54cm^2$.

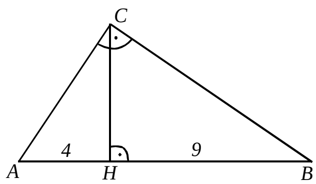
16. $\overline{CH}^2 = \overline{AH} \cdot \overline{BH}$

$\Rightarrow \overline{CH}^2 = 9 \cdot 4 = 36cm^2$

$\Rightarrow \overline{CH} = 6cm$

$P = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CH}}{2}$

$\Rightarrow P = \frac{(4 + 9) \cdot 6}{2} = 13 \cdot 3 = 39cm^2$.



17. $\alpha = 81^0$, $\beta = 39^0$, $R = 10\sqrt{3}cm$

$\Rightarrow \gamma = 180^0 - (\alpha + \beta)$

$\Rightarrow \gamma = 180^0 - 120^0 \Rightarrow \gamma = 60^0$

$\Rightarrow \beta < \gamma < \alpha \Rightarrow b < c < a$

$\Rightarrow \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2R \Rightarrow c = 2R\sin\gamma$

$\Rightarrow c = 2 \cdot 10\sqrt{3}\sin 60^0 = 20\sqrt{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

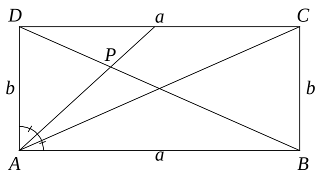
$\Rightarrow c = 30cm.$

18. $a = 10cm, b = 15cm, c = 1dm = 10cm$. Pošto su dvije stranice dužine $10cm$, to je trougao jednakokraki.
Zbog $b^2 > a^2 + c^2$, tj. $15^2 > 10^2 + 10^2 \Rightarrow 225 > 100 + 100 \Rightarrow 225 > 200$, trougao nije pravougli. Kako je $\cos\beta = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \dfrac{10^2 + 10^2 - 15^2}{2 \cdot 10 \cdot 10} = \dfrac{-25}{200} = -\dfrac{1}{8} < 0$ to je ugao β tupi ugao. Dakle, trougao ΔABC je tupougli i jednakokraki.

19. $\overline{BC} = \sqrt{3}cm,\ R = 1cm \Rightarrow a = \overline{BC} = \sqrt{3}cm$, te

$\dfrac{a}{\sin\alpha} = 2R \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{a}{2R} \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60^0;\ (\alpha = \measuredangle BAC)$.

20. $\overline{BP} : \overline{PD} = 4 : 3$ i $\overline{AC} = 25cm \Rightarrow \overline{BD} = \overline{AC} = 25cm$.
Po teoremi o simetrali unutrašnjeg ugla trougla ΔABD imamo:



$$\frac{\overline{BP}}{\overline{DP}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{a}{b} \Rightarrow a = \frac{4}{3}b$$

ΔABD : $\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{BD}^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 625 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(\frac{4}{3}b\right)^2 + b^2 = 625 \Rightarrow 25b^2 = 625 \cdot 9 \Rightarrow b = 15cm, a = 20cm.$$

II dio – Test 2
Rješenja:

1. $\left(\dfrac{1-x}{1+x} - \dfrac{1+x}{1-x}\right) \cdot \dfrac{x^2-1}{2} = \dfrac{(1-x)^2 - (1+x)^2}{(1+x)(1-x)} \cdot \dfrac{(x+1)(x-1)}{2} =$

$= \dfrac{1 - 2x + x^2 - 1 - 2x - x^2}{-(x+1)(x-1)} \cdot \dfrac{(x+1)(x-1)}{2} = \dfrac{-4x}{-1} \cdot \dfrac{1}{2} = 2x;\ (x \neq \pm 1).$

2. $\dfrac{(2-x)(3+x)}{2+2x} \geq 0$

	$-\infty$		-3		-1		2		$+\infty$
$2-x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$3+x$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2+2x$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
		$+$		$-$		$+$		$-$	

$x \in (-\infty,-3] \cup (-1,2]$

3. $2x-y+1=0$

$\underline{4x^2-y-2x=2}$

$\Rightarrow y=2x+1$

$4x^2-(2x+1)-2x-2=0$

$\Rightarrow 4x^2-4x-3=0$

$x_{1,2}=\dfrac{4\pm\sqrt{16+48}}{8}=\dfrac{4\pm 8}{8}$, tj. $x_1=-\dfrac{1}{2};\ x_2=\dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow y_1=2\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)+1=0,\ y_2=2\cdot\dfrac{3}{2}+1=4.$

Rješenje: $(x,y)\in\left\{\left(-\dfrac{1}{2},0\right),\left(\dfrac{3}{2},4\right)\right\}$.

4. α je oštar ugao i $sin\alpha=\dfrac{4}{5}$

$$\Rightarrow cos\alpha=\sqrt{1-sin^2\alpha}=\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\sqrt{1-\frac{16}{25}}=\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5};$$

$$\Rightarrow cos\alpha+sin\alpha\cdot tg\alpha=cos\alpha+sin\alpha\cdot\frac{sin\alpha}{cos\alpha}=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\cdot\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{3}=\frac{3}{5}+\frac{16}{15}=\frac{9+16}{15}=\frac{25}{15}=\frac{5}{3}.$$

5. $y=x^2+px+q$; $A(0,6), B(3,0)$

$\Rightarrow 6=0^2+p\cdot 0+q$

$\underline{0=3^2+p\cdot 3+q}$

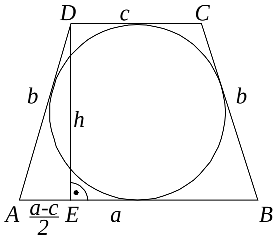
$q=6$, te $0=9+3p+6\Rightarrow 3p=-15,\ p=-5.$

6. $A(x)=log_x 5+\sqrt[3]{x-5}-\dfrac{1}{x-2}$; D.P. $0<x\neq 1$ i $x-2\neq 0,\ x\neq 2\Rightarrow x\in(0,1)\cup(1,2)\cup(2,+\infty)$.

7. Imamo $\overline{AB}=8cm,\ \overline{CD}=2cm$.

Očigledno, četverougao $ABCD$ je tangentni pa po teoremi o tangentnom četverouglu slijedi:

$$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{BC}+\overline{AD}$$
$$\Rightarrow a+c=2b$$
$$\Rightarrow b=\frac{a+c}{2}=\frac{8+2}{2}=5cm.$$



Sada imamo iz trougla ΔADE : $h^2=b^2-\left(\frac{a-c}{2}\right)^2$, tj.

$$h^2=5^2-\left(\frac{8-2}{2}\right)^2\Rightarrow h^2=25-9=16\Rightarrow h=4cm$$

$$P=\frac{a+c}{2}\cdot h=\frac{8+2}{2}\cdot 4=20cm^2.$$

8. Imamo $\overline{AC}=4cm,\overline{BM}=2\sqrt{3}cm,\overline{CM}=2cm\Rightarrow\overline{AM}=\overline{BM}=2\sqrt{3}cm$.

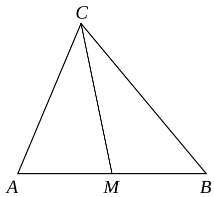
Vidimo da za trougao ΔACM vrijedi jednakost: $\overline{AC}^2=\overline{CM}^2+\overline{AM}^2$, jer je $\Rightarrow 4^2=2^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2\Rightarrow 16=4+12, tj. 16=16$.

Dakle, trougao ΔACM je pravougli, pa je $\measuredangle AMC=90^0$, tj. duž CM je visina trougla ΔACM. Sada je površina trougla ΔABC:

$P=\frac{\overline{AB}\cdot\overline{CM}}{2}=\frac{2\overline{AM}\cdot\overline{CM}}{2}=\overline{AM}\cdot\overline{CM}$, tj. $P=2\sqrt{3}\cdot 2=4\sqrt{3}cm^2$, a

$\overline{BC}=\overline{AC}=4cm$, pa je obim trugla ΔABC

$$O=\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BC},$$
$$O=\overline{AM}+\overline{BM}+2\overline{AC}$$
$$O=2\cdot 2\sqrt{3}+2\cdot 4=4\left(\sqrt{3}+2\right)cm.$$

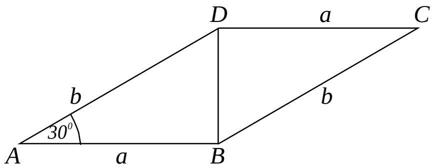


9. Imamo da je $b=\overline{AD}=2\sqrt{3}cm$, $\overline{BD}=4cm$. Iz kosinusne teoreme primjenjene na trougao ΔABD dobijamo $\overline{BD}^2=\overline{AB}^2+\overline{AD}^2-2\overline{AB}\cdot\overline{AD}\cos 30^0$, tj.

$$4^2=\overline{AB}^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2-2\overline{AB}\cdot 2\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\Rightarrow 16=\overline{AB}^2+12-6\overline{AB}$$
$$\Rightarrow\overline{AB}^2-6\overline{AB}-4=0$$

$\overline{AB}=3+\sqrt{13}cm,$ tj.

$$\overline{CD}=\overline{AB}=3+\sqrt{13}cm.$$



10. $a=13cm, b=14cm, c=15cm$

$$\Rightarrow a<b<c\Rightarrow h_a>h_b>h_c\Rightarrow P=\frac{b\cdot h_b}{2}, \text{tj. } h_b=\frac{2P}{b}$$

$$P=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)};\ s=\frac{a+b+c}{2}=\frac{13+14+15}{2}=21cm$$

$$P=\sqrt{21\cdot 8\cdot 7\cdot 6}=\sqrt{7^2\cdot 3^2\cdot 42}=\sqrt{84^2}=84cm^2\Rightarrow h_b=\frac{2\cdot 84}{14}=2\cdot 6=12cm.$$

REZULTATI TESTA 1

R. br.	Učenik	Redni broj zadatka									
		1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
1.	A.I.	+	+	+	+	-	+	+	+	-	#
2.	Č.E.	-	+	+	#	-	-	+	-	+	-
3.	D.S.	+	+	+	+	-	+	+	-	-	#
4.	Đ.A.	+	+	+	#	-	-	+	+	#	#
5.	G.A.	+	+	-	+	-	-	-	+	+	+
6.	H.M.	+	+	+	+	+	-	+	-	-	+
7.	H.A.	+	+	+	#	-	+	+	-	-	+
8.	K.E.	-	+	+	+	-	+	+	+	+	+
9.	M.M.	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-
10.	M.A.	+	+	+	+	#	#	-	+	+	#
11.	M.S.	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+
12.	M.A.	+	+	+	-	-	+	-	+	-	+
13.	M.M.	+	+	+	#	-	+	-	+	-	-
14.	N.M.	+	+	+	#	#	+	-	-	#	#
15.	P.A.	+	+	+	+	-	+	-	+	+	+
16.	S.M	+	+	+	-	+	+	+	+	+	-
17.	S.I.	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-
18.	V.A.	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+
19.	C.R.	+	+	+	+	-	+	-	+	-	+
20.	G.A.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
21.	H.DŽ.	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+
22.	K.E.	+	+	+	+	-	+	-	+	-	+
23.	K.S.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
24.	K.A.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
25.	K.Z.	+	+	+	+	-	+	-	-	-	#
26.	M.Z.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-
27.	N.M.	+	+	+	-	+	+	+	+	+	+
28.	P.H.	+	+	+	+	-	+	-	+	-	+
29.	S.A.	+	+	+	+	-	+	-	+	-	+
30.	T.A.	+	+	+	+	-	+	-	-	#	-
Ukupno po zadacima	+	28	30	30	22	10	24	15	22	14	17
	-	2	0	0	3	18	5	15	8	13	7
	#	0	0	0	5	2	1	0	0	3	6

R. br.	Učenik	Redni broj zadatka										Ukupno		
		11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	+	-	#
1.	A.I.	+	+	+	+	#	#	#	#	#	#	11	2	7
2.	Č.E.	-	+	+	+	+	#	#	-	#	#	8	7	5
3.	D.S.	+	+	+	+	#	#	#	+	#	#	11	3	6
4.	Đ.A.	+	+	+	#	#	#	#	#	#	#	8	2	10
5.	G.A.	+	+	+	+	+	#	#	+	#	#	12	4	4
6.	H.M.	+	+	+	#	+	#	#	+	#	#	12	3	5
7.	H.A.	+	+	+	+	+	+	#	+	#	#	13	3	4
8.	K.E.	+	+	+	+	+	+	#	+	#	#	15	2	3
9.	M.M.	+	+	+	+	+	+	-	+	-	-	15	5	0
10.	M.A.	+	+	+	+	+	#	#	+	#	#	12	1	7
11.	M.S.	+	+	+	+	+	+	-	+	#	#	16	2	2
12.	M.A.	+	+	+	+	#	+	#	+	#	#	12	4	4
13.	M.M.	+	+	+	+	-	-	#	+	#	-	10	7	3
14.	N.M.	+	+	+	#	#	#	#	#	#	#	7	2	11
15.	P.A.	+	+	+	+	-	+	#	+	#	#	14	3	3
16.	S.M	+	+	+	+	-	+	#	+	#	#	14	3	3
17.	S.I.	+	+	+	+	+	#	#	+	#	#	10	6	4
18.	V.A.	+	+	+	+	+	+	#	+	#	-	16	2	2
19.	C.R.	+	+	+	+	#	+	+	+	+	#	15	3	2
20.	G.A.	+	+	+	+	+	+	-	-	+	#	17	2	1
21.	H.DŽ.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	#	18	1	1
22.	K.E.	+	+	+	+	-	+	+	+	+	#	15	4	1
23.	K.S.	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	19	1	0
24.	K.A.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	19	1	0
25.	K.Z.	+	+	+	+	#	+	#	+	#	+	12	4	4
26.	M.Z.	+	+	+	#	+	+	+	+	+	-	17	2	1
27.	N.M.	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	18	2	0
28.	P.H.	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	16	4	0
29.	S.A.	+	+	+	+	-	#	+	+	+	+	15	4	1
30.	T.A.	+	+	+	+	#	#	#	+	#	#	10	4	6
Ukupno po zadacima	+	29	30	30	26	14	18	9	25	10	6	**Ukupno**		
	-	1	0	0	0	8	1	3	2	1	4	**+**	**-**	**#**
	#	0	0	0	4	8	11	18	3	19	20	**408**	**92**	**100**

Objašnjenje:
+ tačno urađen zadatak; - netačno urađen zadatak; # nije rađen zadatak

REZULTATI TESTA 2

R. br.	Učenik	Redni broj zadatka										Ukupno		
		1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	+	-	#
1.	A.I.	+	+	+	+	+	#	#	#	#	#	5	0	5
2.	Č.E.	+	+	-	#	#	-	#	#	#	#	2	2	6
3.	D.S.	+	-	+	#	+	#	#	#	#	#	3	1	6
4.	Đ.A.	+	+	+	+	+	-	#	#	+	#	6	1	3
5.	G.A.	-	+	-	+	+	-	#	#	#	#	3	3	4
6.	H.M.	+	-	-	+	+	-	#	+	#	#	4	3	3
7.	H.A.	+	-	+	+	+	-	#	#	#	#	4	2	4
8.	K.E.	+	+	+	+	+	-	#	#	#	+	6	1	3
9.	M.M.	+	-	+	+	+	+	-	-	-	-	5	5	0
10.	M.A.	+	+	-	#	+	-	#	#	#	#	3	2	5
11.	M.S.	+	-	+	+	+	-	-	+	+	+	7	3	0
12.	M.A.	+	-	-	+	+	-	#	#	+	-	4	4	2
13.	M.M.	-	+	+	-	+	+	#	#	#	#	4	2	4
14.	N.M.	+	-	-	#	+	-	#	-	#	#	2	4	4
15.	P.A.	-	+	+	+	+	-	-	#	-	#	4	4	2
16.	S.M	+	+	+	-	#	+	-	#	#	-	4	3	3
17.	S.I.	+	-	-	+	+	#	#	-	#	-	3	4	3
18.	V.A.	+	+	+	+	+	-	+	-	-	#	6	3	1
19.	C.R.	+	+	+	+	+	+	#	+	+	+	9	0	1
20.	G.A.	+	+	+	+	+	+	-	-	#	#	6	2	2
21.	H.DŽ.	+	-	+	+	+	+	#	-	#	1	6	2	2
22.	K.E.	+	+	+	+	+	+	+	+	-	#	8	2	1
23.	K.S.	+	+	+	+	+	+	-	-	+	+	8	2	0
24.	K.A.	+	+	+	+	+	+	#	-	-	+	7	2	1
25.	K.Z.	+	-	+	+	+	+	1	+	#	+	8	1	1
26.	M.Z.	+	+	-	+	+	+	-	-	#	#	5	3	2
27.	N.M.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	10	0	0
28.	P.H.	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+	9	1	0
29.	S.A.	+	+	+	-	+	-	#	-	+	+	6	3	1
30.	T.A.	+	-	+	#	+	-	#	+	#	#	4	2	4
Ukupno po zadacima	+	27	19	22	22	28	12	5	8	8	10	**Ukupno**		
	-	3	11	8	3	0	15	7	10	5	4	**+**	**-**	**#**
	#	0	0	0	5	2	3	18	12	17	16	**161**	**66**	**73**

Rezultati testa: odličnih – 3, vrlo dobrih – 8, dobrih – 6, dovoljnih – 11, nedovoljnih – 2

Što se tiče Testa 1, iz date tabele se može uočiti da su učenici najlošije uradili zadatke br. 20, br. 5, br. 17 i br. 19. Svakako bi trebalo pred učenicima uraditi ove zadatke kako bi učenici vidjeli gdje su griješili i zašto nisu uradili te zadatke.

Kada je u pitanju Test 2 koji je sadržajniji i teži, najlošije su urađeni zadaci br. 7, br. 8, br. 9 i br. 10. Naravno, i ove zadatke treba obavezno uraditi pred učenicima i to detaljno uz sva potrebna objašnjenja od strane nastavnika. Na taj način smo završili u potpunosti sve potrebno kada je u pitanju ovaj test. Ovo iziskuje strpljenja, truda i vremena, ali je od koristi za učenike a svakako sve je ovo i njima interesantno. Takav je bio i naš utisak poslije obavljenog posla.

Naravno, sa rezultatima testa treba upoznati sve učenike, pohvaliti one najbolje te ukoriti one najlošije sve s namjerom da više rade kako bi se popravili. Ne možemo biti nezadovoljni sa rezultatima ovog testa (prosječna ocjena je dobar). Istina, ovdje je bilo riječi o učenicima koji su pohađali gimnaziju prirodno-matematičkog smjera.

LITERATURA

[1] Пробен дьгжавен зрелостен изпит по математика, Първо равнище, 11май 2002 година, Министерство на образованието и науката, София.