

NEKI DOPRINOSI PSIHLOGIJE ISTRAŽIVANJU MATEMATIČKOG OBRAZOVANJA

Selman Repišti¹

Sažetak. Ovim radom ponuđen je prikaz relevantnih psiholoških studija, koje su za cilj imale ispitati neki od aspekata matematičkog obrazovanja. Prikazanim istraživanjima utvrđeno je da inteligencija značajno doprinosi matematičkim postignućima, dok ih matematička anksioznost umanjuje. Značajnu ulogu u rješavanju matematičkih zadataka ima i kapacitet radne memorije. Bitne su i mentalne reprezentacije postavljenih problema, te ostali misaoni procesi potrebni za njihovo rješavanje. Metakognitivne strategije učenja su takođe važan faktor uspjeha učenika i studenata na testovima iz matematike. U radu su opisane i komponente nadarenosti (za matematiku), a pobrojane su i neke determinante matematičke darovitosti. Ukratko su objašnjeni neki načini poučavanja matematike, za koje je potvrđeno da dovode do pozitivnih obrazovnih ishoda. Na kraju su priloženi rezultati istraživanja o osobinama nastavnika matematike i osobinama učenika koje doprinose njihovim matematičkim postignućima.

Ključne riječi i fraze: poučavanje matematike, inteligencija, mentalne reprezentacije, matematička postignuća, strategije učenja, matematička anksioznost.

SOME CONTRIBUTIONS OF PSYCHOLOGY TO RESEARCH OF MATHEMATICAL EDUCATION

Abstract. This article provides an overview of some relevant psychological studies aimed at examining some aspects of mathematical education. Within these studies, it was determined that intelligence significantly contributed to mathematical achievements, while mathematical anxiety reduced them. The capacity of the working memory plays a significant role in solving math tasks. Mental representations of the problems that are set, as well as some other thought processes needed to solve them play an important role as well. Metacognitive learning strategies are also a crucial factor for pupils' and students' success in math tests. Additionally, the paper describes the components of giftedness (for mathematics) and lists some of its determinants. Several methods of teaching mathematics proved to be useful for eliciting positive educational outcomes, were briefly explained. Finally, the results of research on math teachers' characteristics are enclosed as well as those of students contributing to their mathematical achievements.

Keywords and phrases: teaching mathematics, intelligence, mental representations, mathematical performance, learning strategies, math anxiety.

Mathematics Subject Classification (2010): 97C30, 97C40, 97C60, 97C70, 97D60.

¹ selman9r@yahoo.com, MA psihologije i statističar; Sarajevo, Bosna i Hercegovina

Uvod

Istraživanju matematičkog obrazovanja doprinose kako sami matematičari, tako i psiholozi i pedagozi. Sprega teorije, istraživanja i prakse dovela je do mnoštva preglednih, teorijskih, istraživačkih i stručnih radova u ovom području nauke i struke. Cilj ovog rada jeste da se prikažu karakteristične studije i pristupi, kojima je iz različitih uglova zahvaćen fenomen/proces matematičkog obrazovanja i njegovi ishodi.

Radom su obuhvaćene sljedeće teme: doprinos inteligencije uspjehu učenika i studenata na testovima iz matematike, uloga mentalnih reprezentacija u savladavanju gradiva iz matematike (i rješavanju matematičkih zadataka), povezanost korištenja strategija učenja sa matematičkim postignućima, određenje matematičke anksioznosti i njen inhibirajući učinak na uspjeh na mjerama matematičkog znanja i vještina, pristupi izučavanju matematičke nadarenosti, metodički aspekti podučavanja matematike, osobine nastavnika matematike i njihov odraz na atmosferu u razredu i učenička postignuća, te osobine učenika relevantne za uspješno savladavanje gradiva iz ovog predmeta (kolegija).

Povezanost inteligencije i matematičkih postignuća

Relacije između *generalne inteligencije* i uspjeha učenika/studenata na testovima iz matematike dugo su u fokusu istraživanja kako kognitivne, tako i edukacijske psihologije. Testovi inteligencije su testovi sposobnosti i ne treba ih miješati sa samoprocjenama inteligencije, kakve nalazimo u nekim instrumentima nastalim na osnovu Gardnerove koncepcije o *višestrukim inteligencijama*. Po ovom autoru [19], postoji nekoliko inteligencija: logičko-matematička, verbalno-lingvistička, tjelesno-kinestetička, prostorno-vizuelna, muzička, interpersonalna (tj. socijalna inteligencija), intrapersonalna (sposobnost introspekcije, tj. samoanalize), prirodnjačka (interesovanje i smisao za prirodne nauke) i egzistencijalna (konstruktivno ulaganje napora u traženje odgovora na pitanja poput sljedećeg: "Koji je smisao života?"). Dakle, ovdje smo zainteresovani za "psihometrijsku" inteligenciju, tj. onu koja se mjeri kvalitetnim psihološkim testovima.

I. Deary je sa saradnicima proveo veliku longitudinalnu studiju, u kojoj je učestvovalo preko 70000 djece u Engleskoj. U ovoj studiji, ispitivana je povezanost inteligencije djece od 11 godina sa njihovim uspjehom u školskim predmetima kada su napunili 16 godina. Rezultati ove studije otkrivaju da inteligencija objašnjava preko 58% varijance matematičkog uspjeha, te da djevojčice postižu statistički značajno bolje rezultate od dječaka na korištenom testu iz matematike [12].

V. Siadat ističe mogućnost unapređenja fluidne inteligencije rješavanjem matematičkih problema [38]. Ova mogućnost počiva na rezultatima nekih istraživanja u kojima je dobiveno da se na ovaj način povećava kapacitet i učinkovitost radne memorije, što omogućava brže izvođenje mentalnih operacija sa većim brojem podataka. Inače, fluidnu inteligenciju treba shvatiti kao uobičajenu koncepciju inteligencije: snalaženje u novim situacijama tj. pronalaženje obrazaca i zakonitosti u podacima koji su sastavni dio problema sa kojima se prvi put susrećemo. Treba napomenuti da ipak ne možemo govoriti o potpuno novim problemskim situacijama, budući da je teško ne ponoviti već poznate tipove zadataka prilikom sastavljanja novog testa inteligencije. Zato je vježbanje matematike, rješavanje zadataka na različite načine, uz učenje s razumijevanjem efektan način za održavanje pa i unapređivanje vlastitih logičko-matematičkih sposobnosti. Ovdje mislimo i na induktivno i deduktivno rezonovanje, te na sposobnosti apstrakcije i generalizacije.

Koristeći jedan od neverbalnih testova inteligencije (Ravenove progresivne matrice), Tikhomirova i njeni saradnici su ispitivali povezanost rezultata na njemu i na matematičkom dijelu tzv. Osnovnog državnog ispita (BSE) u Rusiji. Pomenutim dijelom ispita pokrivene su sljedeće oblasti: geometrija, algebra i primijenjena matematike. Dobijena je umjerena pozitivna i statistički značajna korelacija između navedenog neverbalnog testa inteligencije i rezultata srednjoškolaca na matematičkom dijelu BSE-a [46]. Po veličini koeficijenta korelacije ($r = .51$), moglo se zaključiti da učinak na Ravenovim progresivnim matricama objašnjava oko 26% varijance uspjeha na matematičkom dijelu Osnovnog državnog ispita.

W. Wei i saradnici su ispitivali povezanost učinka na numeričkom, spacijalnom (prostornom) i verbalnom dijelu testa inteligencije sa postignućima u testu znanja iz napredne matematike. Utvrdili su da učinak u dijelu testa o numeričkom procesiranju osnovnog nivoa (npr. davanje procjene broja kratko prikazanih tačaka na ekranu) nije u statistički značajnoj korelaciji sa postignućima u naprednoj matematici. Međutim, snalaženje sa trodimenzionalnim mentalnim rotacijama (npr. obrtanjem različitih figura u "mentalnom prostoru"), kao spacijalna sposobnost i tačnost odabira nedostajuće riječi u rečenici (kao verbalna sposobnost), bili su u niskim, pozitivnim i statistički značajnim korelacijama sa rezultatima na testu iz napredne matematike [48].

Dakle, nesumnjivo je da postoji povezanost između generalne, odnosno fluidne inteligencije i uspjeha učenika na testovima iz matematike. Ova korelacija obično je umjerene veličine i čini se da kognitivne sposobnosti najviše doprinose objašnjavanju matematičkih postignuća.

Mentalne reprezentacije u pozadini savladavanja matematičkih koncepata i rješavanja zadataka

Mentalne (kognitivne) reprezentacije (predstave ili predodžbe) su kognitivne sheme i slike nastale kao rezultat predočavanja određenog koncepta, fenomena, problema, odnosno objekata mišljenja i njihovih međusobnih relacija. Jednostavnije rečeno, to su unutrašnje predstave vanjskog svijeta. Mentalne reprezentacije su osnova za *matematičko mišljenje*. Vizuelni i auditivni kanali percepcije su najzaslužniji za opažanje objekata u vanjskom svijetu i njihovih odnosa s drugim objektima. Međutim, teže je formirati prihvatljivu reprezentaciju ovih objekata i odnosa u svom umu ("mentalnom prostoru"). Ovakve reprezentacije važne su za rješavanje kako matematičkih, tako i drugih problema u svakodnevnom životu. Neke od njih omogućavaju npr. dobru orijentaciju u prostoru, druge procjenu životnih troškova, treće planiranje budućih aktivnosti na osnovu trenutnog složaja određenih parametara, a četvrte poimanje realnosti kao cjeline.

Mnoge mentalne reprezentacije imaju strukturu sheme, odnosno mreže čiji čvorovi predstavljaju različite koncepte (pojmove) čija međusobna udaljenost zavisi od toga po kojem kriterijumu su posloženi. Teorijom mentalnih shema identifikovane su bar tri klase unutrašnjih reprezentacija: objekti u pamćenju, mentalni modeli i kognitivna polja [13]. *Objekti u našoj memoriji* su mješovite strukture (prirode). Tako mogu uključivati elemente poput vizuelnih i slušnih predstava, uz npr. emocionalnu obojenost ovakvih predstava [13]. *Mentalni modeli* su iskonstruisane reprezentacije složenijih problema i situacija, koje su podložne dodatnim prilagodbama tokom testiranja njihove korisnosti i podudaranja sa vanjskom realnošću. *Kognitivna polja* su odraz obrazaca aktivacije memorije kroz percepciju, učenje i različita iskustva. Kada dođe do aktivacije pamćenja uz savladavanje nekog novog materijala ili vještine, relevantni memorijski objekti postaju istaknutiji, čime odgovarajuće kognitivne sheme dolaze u prvi plan. U ovakvoj situaciji, postoji mogućnost modificiranja ili prilagođavanja shema novim informacijama i podacima.

Kao primjer mentalne reprezentacije uzećemo brojevnju crtu (pravu, pravac), koja se obično smatra i aritmetičkom i geometrijskom reprezentacijom [18]. Aritmetička je jer zamišljamo niz brojeva na njoj, a geometrijska jer sebi predočavamo pravu koja je pojam iz geometrije. Ona je, zapravo, skup objekata u pamćenju koji čine mentalni model. Kada se uspostavi kognitivno polje, zahvaljujući npr. odslušanoj lekciji o racionalnim brojevima, dolazi do revizije kognitivne sheme o brojevnoj crti, koja sada postaje još razgranatija.

Drugi primjer je rješavanje isključivo tekstualnog zadatka iz matematike čiji sadržaj upućuje na neki geometrijski problem. Podaci iz ovakvog zadatka organizuju se u vidu mentalne slike ili sheme, pri čemu se povezuju sa prethodnim znanjima i njihovim reprezentacijama. Rješenje se, tako, nalazi uz pomoć različitih mentalnih shema i ostalih relevantnih kognitivnih predstava. Pomoć nastavnika može promijeniti perspektivu razumijevanja zadatka, čak i na način da učenik kroz dati zadatak može naučiti nešto novo. Time je opet u igri kognitivno polje koje putem memorijske aktivacije produbljuje matematičke kompetencije učenika za određenu vrstu problema.

Bitan pojam u matematičkom mišljenju jeste *semiotički sistem mentalnih reprezentacija*. Semiotika je naučna disciplina koja se bavi značenjem različitih pojmova, simbola, znakova i slično. Na ovaj način, simboli, pojmovi i znaci postaju smisljeni i mogu se koristiti tokom razmišljanja o nekoj temi/problemu ili tokom komunikacije. Semiotika proučava i pojmovno-jezičke strukture (tj. stilske figure) kao što su metafore, analogije i alegorije. Metafore i analogije su važan dio podučavanja matematike i predočavanja matematičkih relacija, koncepata i pravila. Kada se zamisli neka geometrijska figura, mogu biti uključene i vizuelne i diskurzivne (verbalne) reprezentacije [16]. Kognitivna kompleksnost ovog poduhvata leži u tome da se vizuelni i verbalni simboli istih koncepata i njihovih relacija razlikuju, te da osoba mora stalno vršiti mentalne transformacije jednog sistema simbola u drugi.

Konstruktivisti smatraju da je sistem znanja pojedinca podložan revizijama, te da znanje nije nešto što je fiksno i što smo već stekli, već ga stalno i iznova stvaramo ("konstruišemo"). Tako može nastati konflikt između intuitivnih prethodnih znanja iz matematike i sticanja provjerenih, naučno-utemeljenih znanja [15]. U ovom slučaju, potrebna je korjenita revizija mentalnih shema. Međutim, prilikom sticanja novih matematičkih kompetencija, koje se nadovezuju na prethodni sistem znanja, dolazi samo do produblivanja i proširivanja (tj. nadogradnje) postojećih mentalnih shema. Isto tako, za rješavanje nekih problema (zadataka) potrebna je reorganizacija ili restrukturacija vanjskih reprezentacija [20]. Primjer je

slika trougla ili trapeza sa ucrtanim dodatnim elementima, koju treba mentalno obrnuti ili predočiti ucrtane elemente na drugačiji način, a sve kako bi se došlo do tačnog rješenja.

Istraživanja ukazuju da adekvatno korištenje mentalnih reprezentacija doprinosi uspjesima u matematičkim predmetima/kolegijima. Tako je utvrđeno da podučavanje zasnovano na poticanju formiranja višestrukih mentalnih reprezentacija problema djeluje povoljno na matematička postignuća učenika osnovne škole [1]. Pored toga, veća upotreba vizuo-spacijalnih mentalnih shema vodi do boljeg uspjeha učenika srednjih škola na testovima iz matematike [9].

Doprinos strategija učenja uspjehu u matematici

Samoregulirano učenje je proces korištenja mentalnih sposobnosti u ostvarivanju školskog/akademskog uspjeha. Uspješni učenici i studenti nadgledaju svoj proces učenja, razmišljaju o strategijama koje mogu koristiti kako bi što bolje savladali gradivo i primjenjuju ih s ciljem ostvarenja što boljih ishoda učenja. Na ovaj način, proces učenja je aktivan, konstruktivan i svrsishodan poduhvat koji predstavlja planirano i kontrolisano ostvarenje obrazovnih ciljeva.

Strategije učenja dijele se na kognitivne i metakognitivne. *Kognitivne* su: ponavljanje, elaboracija (osmišljavanje gradiva), organizacija i kritičko promišljanje o onome što treba naučiti [37]. *Metakognitivne strategije* su planiranje, praćenje i reguliranje procesa učenja [32], ali i njegova evaluacija (vrednovanje).

S. Bayat i R. Tarmizi su istraživali povezanost korištenja kognitivnih i metakognitivnih strategija sa rješavanjem zadataka iz algebre, te sa ukupnim uspjehom studenata matematike na kolegiju Algebra. Utvrdili su da ova grupa studenata preferira *površinske* kognitivne strategije (ponavljanje, podvlačenje/isticanje pojedinih dijelova teksta, prepisivanje) u odnosu na *dubinske* kognitivne strategije (npr. elaboracija, tj. parafraziranje, rezimiranje, stvaranje analogija...). Drugi rezultat pomenutog istraživanja je da korištenje površinskih i dubinskih strategija učenja nije bilo statistički značajno povezano ni sa uspješnošću u rješavanju problema iz algebre, niti sa rezultatima studenata na istoimenom akademskom kolegiju. Treći rezultat upućuje na niske pozitivne i statistički značajne korelacije elaboracije i planiranja (kao metakognitivnih strategija) sa rješavanjem zadataka iz algebre i uspjehom u kolegiju Algebra. Na kraju, dobijena je umjerena pozitivna korelacija između ukupnih rezultata studenata na skali za procjenu metakognitivnih strategija i rješavanja algebarskih problema: $r = .390$, te uspjeha na pomenutom kolegiju: $r = .394$ (sve prema [7]). Dakle, korištenje metakognitivnih strategija objašnjava 15-16% varijance postignuća studenata u Algebrama kao akademskom kolegiju.

S. du Toit i G. Kotze su ispitivali upotrebu metakognitivnih i njima sličnih strategija kod nastavnika matematike i učenika srednjih škola. Utvrdili su da obje grupe najčešće koriste strategiju evaluacije i planiranja, dok su "mišljenje naglas" i vođenje dnevnika o učenju/podučavanju bile najrjeđe korištene metakognitivne strategije [17]. "Mišljenje naglas" ili "glasno razmišljanje" (eng. *thinking aloud*) je dobra strategija za uobličavanje i iskazivanje svojih ideja i razmišljanje, te za njihovo preispitivanje i diskusiju sa drugim učenicima/studentima. Vođenje dnevnika (eng. *journal-keeping*) je dobar način da učenik prati svoj napredak u učenju, kao i da vodi evidenciju o nejasnoćama gradiva i pogreškama koje pravi tokom provjere znanja. Osim učenika, nastavnici mogu voditi dnevnik o vlastitim nedoumicama i poteškoćama u vezi s nastavom, ali i o ostvarenim ishodima učenja i drugim svojim uspjesima (i uspjesima cijelog odjeljenja).

Posebna pažnja posvećuje se podučavanju učenika i studenata korištenju metakognitivnih strategija. Tako su S. Mandaci Šahin i F. Kendir podijelile učenike petog razreda u dvije grupe: u prvoj su učenicima predstavljene metakognitivne strategije i načini njihovog korištenja, a druga grupa je bila izložena tradicionalnom načinu podučavanja. Obje grupe su prisustvovala časovima geometrije u toku sljedećih osam sedmica. Rezultati ovog istraživanja ukazuju na to da je postignuće prve grupe na testu iz geometrije bilo statistički značajno bolje u odnosu na drugu grupu. Isto tako, nakon odslušanosti časova, rezultati učenika iz prve grupe bili su statistički značajno veći kada je riječ o korištenju metakognitivnih strategija. Ova grupa formirala je i značajno pozitivnije stavove prema matematici u odnosu na drugu grupu učenika. Treba naglasiti da su, prije obuke o metakognitivnim strategijama, obje grupe bile ujednačene po svojim matematičkim znanjima, korištenju navedene vrste strategija i stavovima prema matematici (sve prema [26]). Sličnu studiju proveli su G. Özsoy i A. Ataman, koja je polučila iste zaključke: trening zasnovan na upotrebi metakognitivnih strategija dovodi do njihovog učestalijeg korištenja, te do boljih matematičkih postignuća osnovnoškolaca [29].

Matematička anksioznost

Anksioznost je doživljavanje tjeskobe, odnosno strepnje usljed izloženosti ili razmišljanja o određenim pojavama, ljudima, drugim bićima ili predmetima koji nam stvaraju osjećaj nelagode i straha. Ako je trajna, govorimo o *anksioznosti kao crti*, a ako je ograničena na kraći vremenski period, riječ je o *anksioznosti kao stanju*. U zadnje vrijeme, u okviru edukacijskih nauka, istražuje se i raspravlja o anksioznosti vezanoj za učenje, polaganje i korištenje stranih jezika, kao i o matematičkoj anksioznosti.

Matematička anksioznost je, u užem smislu, tjeskoba koja se javlja usljed učenja matematičkih predmeta, te njihovog polaganja. Ova vrsta strepnje javlja se i prilikom ispitivanja učenika tokom školskog časa. Klinički i školski psiholozi mogu podučiti nastavnike kako da pomognu učenicima/ studentima u savladavanju ovog neugodnog osjećaja. Pored toga, ovi profili stručnjaka mogu direktno raditi sa učenicima i studentima na ublažavanju matematičke anksioznosti. Ovaj rad može biti koncipiran u vidu psihopedagogije (upoznavanje učenika/studenta sa simptomima matematičke anksioznosti, te načinima samopomoći), grupnih seansi (gdje učenici/studenti, pored podrške psihologa, imaju i podršku svojih kolega) i individualnog rada ("jedan na jedan", sa svakim učenikom/studentom koji se odluči na traženje ovakve vrste pomoći).

U nešto širem smislu, matematička anksioznost je definisana kao tjeskoba usljed susreta sa matematičkim konceptima, operacijama i procedurama u različitim životnim kontekstima (dakle, ne samo u školskom/akademsom okruženju). Tako i roditelji mogu doživljavati matematičku anksioznost, npr. pri percepciji poteškoća oko pomoći djetetu sa zadaćom ili pri interpretaciji informacija o kamati na kredit koji su podigli. U vezi sa školskim kontekstom, nastavnici matematike se na početku svoje karijere mogu osjećati anksiozno. Ovo neprijatno osjećanje je posljedica bojazni da možda ne posjeduju dovoljno stručnih znanja ili uvjerenja da još nisu dovoljno sigurni u sebe da bi prenosili znanje svojim učenicima. G. Gresham je ispitivala da li pohađanje kolegija Metodika nastave matematike (koji je uključivao i praksu u trajanju od 12 sedmica) smanjuje nivo matematičke anksioznosti kod polaznika studija specijalne edukacije. Ova autorka utvrdila je kako je zaista došlo do statistički značajnog smanjenja matematičke anksioznosti [21]. Dakle, poseban program na fakultetu, koji učvršćuje predavačke i matematičke vještine budućih nastavnika, uliva im osjećaj profesionalnog samopouzdanja i istovremeno mijenja njihov stav prema matematici nabolje.

Kada je riječ o matematičkoj anksioznosti učenika i studenata, M. Ashcraft i J. Krause izvještavaju da je visok nivo ove vrste tjeskobe praćen nižim ocjenama na testovima iz matematike, nižim nivoom motivacije za učenje ovog predmeta (ili kolegija) i slabijim interesovanjem za matematičke sadržaje. Isti autori navode da se visok nivo matematičke anksioznosti negativno odražava po kapacitet radne memorije. Radno pamćenje za rješavanje postavljenog zadatka je kompromitovano, na način da je jedan dio njegovih resursa opterećen problemima nastalim usljed matematičke anksioznosti [5]. U sličnoj studiji, utvrđeno je da matematička anksioznost produžava vrijeme odgovaranja (eng. *response time* – *RT*) na postavljene probleme (zadatke), te dovodi do povećanog broja pogreški u rješavanju zadataka [4].

W. Siebers je ispitivao povezanost stepena matematičke anksioznosti sa matematičkim postignućima učenika šestog, sedmog i osmog razreda. Kod učenika šestog razreda dobijen je najniži, a kod učenika sedmog razreda najviši stepen matematičke anksioznosti. Dodatno, matematička anksioznost objasnila je nešto više od 15% varijanse neuspjeha u korištenom testu iz matematike [39]. E. Zakaria i njegovi saradnici su takođe utvrdili da je nivo matematičke anksioznosti obrnuto proporcionalan matematičkim postignućima. Ovi autori su dobili i statistički neznačajne polne razlike u matematičkoj anksioznosti [51]. Ipak, kada je riječ o polnim razlikama, na osnovu pregleda studija koji nude A. Devine i saradnici, najviše je onih koje ukazuju na viši nivo anksioznosti kod djevojčica [14]. U drugom istraživanju, koje je sa svojim saradnikom proveo E. Zakaria, dobivena je visoka negativna korelacija između matematičke anksioznosti i motivacije maturanata za učenje matematike [50]. Na osnovu ove korelacije ($r = -.72$), može se zaključiti da se matematičkom anksioznošću moglo objasniti oko 52% varijance nedostatka motivacije za učenje matematike. Izgleda, dakle, da matematička anksioznost ima negativniji uticaj na motivisanost za matematiku nego što ima na matematička postignuća.

Ova vrsta anksioznosti može se mjeriti *Skalom procjene matematičke anksioznosti* (eng. *Mathematical Anxiety Rating Scale - MARS*, [36]). Skala ima zadovoljavajuću pouzdanost i valjanost, a sastoji se od 98 tvrdnji. Originalna verzija je pretrpjela nekoliko adaptacija, te danas postoje posebne verzije za osnovnoškolce i srednjoškolce. Broj tvrdnji MARS-a je, zbog uštede vremena (tj. njene nepraktičnosti), znatno smanjen.

Neke od mjera koje se mogu koristiti u cilju smanjenja intenziteta matematičke anksioznosti su: svakodnevno vježbanje matematike (makar to bilo samo 10-ak minuta), redovan odlazak na nastavu matematike, korištenje tehnika relaksacije (opuštanja), pažljivo planiranje procesa učenja, prekidanje

negativnog unutrašnjeg dijaloga (tj. ohrabrivanje sebe u naporu savladavanja gradiva, umjesto samoporažavajućih misli i ostalih negativnih misli o svom odnosu prema matematici), aktivno učestvovanje u grupama samopomoći koje se sastoje od učenika sa istim ili sličnim problemima, te traženje pomoći od za to kompetentne osobe [11]. Kao vrlo korisna tehnika pokazalo se pismeno izražavanje misli i osjećanja povezanih sa matematičkom anksioznošću, neposredno prije provjere znanja iz ovog predmeta [33].

Nadarenost za matematiku

Razmatranje nadarenosti (darovitosti) u ovoj disciplini treba započeti pojmom *matematičke kreativnosti*. Izuzetne sposobnosti za originalnost i inovativnost, združene sa visokom inteligencijom, omogućavaju nove uvide u povezanost između različitih matematičkih koncepata, te njihovu reinterpetaciju u terminima nove hipoteze, teoreme, konjekture ili dokaza. Stoga se moramo složiti sa konstatacijom Bharatha Sriramana, indijskog stručnjaka u matematičkom obrazovanju, da matematički kreativni pojedinci omogućavaju napredak u polju matematike kao cjeline. Sriraman navodi nekoliko pristupa opisivanju, objašnjavanju i mjeranju matematičke kreativnosti [41]:

1. *pragmatički pristup* (kojim se sve postupcima može stimulirati kreativni izražaj pojedinca?);
2. *psihometrijski pristup* (kako se kreativnost može kvantificirati, tj. definirati u terminima mjerljivosti?);
3. *psihodinamski pristup* (kako tenzija između nesvjesnih poriva i principa realnosti proizvodi kreativnost?);
4. *kognitivni pristup* (koji mentalni procesi i reprezentacije leže u pozadini kreativnosti?) i
5. *psihosocijalni pristup* (kako se kreativnost može objasniti na osnovu motivacije, karakteristika ličnosti i specifičnosti kulture u kojoj živi matematički nadareni pojedinac?).

Po modelu koji je predložio J. Renzulli, nadarenost se može shvatiti kao kombinacija tri elementa: iznadprosječne inteligencije, kreativnosti i posvećenosti zadatku/problemu [35]. Ovaj autor pravi razliku između *školske nadarenosti* (eng. *schoolhouse giftedness*) i *kreativno-produktivne nadarenosti* (eng. *creative-productive giftedness*). Prva se odnosi na visoke intelektualne sposobnosti koje značajno olakšavaju savladavanje gradiva i dobijanje visokih školskih ocjena, a druga na kapacitet za generiranje originalnih ideja i stvaranje djela koja imaju znatan uticaj na druge i mijenjaju okolinu [35]. U kontekstu učenja matematike, visoka generalna ili fluidna inteligencija bi se smatrala školskom nadarenošću za matematiku. Ako uz to učenik/student ispoljava želju i volju za davanjem doprinosa matematici, te se angažuje na npr. osmišljavanju novog načina rješavanja nekog tipa zadatka, riječ je o kreativno-produktivnoj nadarenosti za ovu oblast.

Komponentna teorija kreativnosti shvaćene u terminima nadarenosti takođe pretpostavlja postojanje tri njene komponente (dijela). Autorka ove teorije je T. Amabile koja smatra da se kreativna produkcija može objasniti: (1) posjedovanjem vještina relevantnih za određenu oblast, (2) vještinama u vezi sa kreativnošću i (3) visokom motivacijom za dati zadatak [2]. U slučaju nadarenosti za matematiku, potrebno je prilično dobro vladati matematičkim korpusom znanja i vještina. Takođe, treba razviti i unapređivati vještine potrebne za primjenu svoje kreativnosti na neki matematički problem, te posjedovati veliko interesovanje za taj problem (uz snažnu posvećenost njegovom rješavanju).

Nadarenost za matematiku se donekle može predvidjeti poznavajući nivo učeničkih/studentskih matematičkih sposobnosti, njihove stavove prema matematici i kognitivne stilove [42]. Visok nivo matematičkih sposobnosti, veoma pozitivan stav i interesovanje za matematiku, te spacijalni (prostorni) kognitivni stil mogu ukazivati na matematičku darovitost. *Spacijalni kognitivni stil* odnosi se na vještinu stvaranja mentalnih reprezentacija vizuelno istaknutih elemenata objekata, te sekvencijalnih ili simultanih informacija o njihovim prostornim karakteristikama [52].

Iako nadarenost podrazumijeva značajne intelektualne sposobnosti, izuzetnu kreativnost i motivisanost, to ne znači da nadareni pojedinci trebaju biti prepušteni sami sebi. Njihovi nastavnici trebaju ih izlagati novim izazovima, podržavati (uz roditelje) i tako im omogućiti da se dalje razvijaju u oblasti za koju su nadareni. Problem mogu predstavljati sužavanje mogućnosti za nesmetan socioemocionalni razvoj ovakvih pojedinaca. Zato je potrebno posavjetovati i podržati nadarenu djecu (naročito onu koja pokazuju darovitost za oblasti poput matematike i fizike, nauka koje iziskuju mnogo mentalnog napora, odricanja i jednu vrstu izolacije) u smjeru njegovanja dovoljno učestalih i kvalitetnih društvenih odnosa.

Metodički aspekti podučavanja matematike i njihovi obrazovni ishodi

Kao alternativa tradicionalnoj metodi podučavanja, posljednjih decenija se potiče primjena drugih, interaktivnijih načina na koje nastavnici i profesori matematike potiču svoje učenike/studente da što uspješnije usvajaju gradivo iz ovog predmeta/kolegija.

Tako Nacionalni odbor nastavnika matematike u SAD predlaže sljedeće strategije podučavanja matematike [27]:

- a) prije svega, definisanje jasnih ciljeva učenja matematike, odnosno napredovanja učenika/ studenata u usvajanju i primjeni matematičkih koncepata i postupaka;
- b) osmišljavanje (postavljanje) zadataka koji su takvi da potiču vještine rezonovanja i rješavanja problema;
- c) ohrabivanje učenika/studenata da koriste mentalne reprezentacije matematičkih problema i međusobno ih povezuju;
- d) poticanje učenika/studenata da se uključe u raspravu o sadržajima prezentovanim u okviru gradiva iz matematike (tj. da se kritički odnose prema njemu i pokušaju zajedno razumjeti ključne pojmove i postupke neophodne za rješavanje zadataka);
- e) izgrađivanje tzv. proceduralne fluentnosti (tj. vještina koje se odnose na ispravnu i uspješnu primjenu postupaka rješavanja ne samo standardnih, već i kontekstualnih matematičkih problema) i
- f) traženje od učenika/studenata da naglas rješavaju neki zadati problem, kako bi nastavik mogao steći uvid u njihov misaoni tok i procijenio njihov napredak.

Upravo pobrojane preporuke koje se odnose na uspješnu praksu podučavanja matematike, poznate su kao podučavanje usmjereno ka istraživanju/otkrivanju (eng. *inquiry-oriented instruction/approach*). Po C. Rasmussenu i O. Kwonu, riječ je o "studentocentrom" sistemu podučavanja, gdje nastavnik matematike ohrabruje učenike da diskutuju o lekciji i da pokušaju otkriti pretpostavljeni matematički obrazac, odnosno zakonitost [34]. Od učenika/studenata se zahtijeva i da primijene naučeno na konkretnim primjerima (problemima), uz opisivanje koraka u vlastitom procesu rezonovanja. U svojoj studiji, D. Blazar je dobio da ovakav vid podučavanja dovodi do boljih matematičkih postignuća učenika [10].

Savremeni pristup podučavanju matematike podrazumijeva i razumijevanje učeničkih potreba i kulturalne sredine iz koje dolaze, socijalnih grupa kojima pripadaju (gdje se poštuju vrijednosti određene supkulture), te njihovih interesovanja [22]. Međusobno poštovanje učenika i nastavnika takođe doprinosi pozitivnim obrazovnim ishodima. Nije cilj da učenici gaje strahopoštovanje prema nastavniku, već poštovanje koje je utemeljeno na nastavnikovom legitimnom (objektivnom, realnom) pedagoškom ophođenju prema učenicima i znanju svoje struke. Nastavnik treba poštovati sistem vrijednosti učenika, sociokulturalni milje iz kojeg oni dolaze i pravo svakog učenika da usvoji odgovarajuća znanja i vještine.

Ne treba zanemariti ni *kooperativno* (saradničko, kolaborativno) učenje matematike. Rad u malim grupama podrazumijeva razmjenu ideja, zadovoljavanje potrebe za druženjem i jedan vid socijalne podrške. Preporučuje se da ove grupe budu formirane tako da su u njima učenici sa različitim nivoom matematičkih sposobnosti i znanja, jer se ispostavilo da učenje u mješovitim grupama dovodi do boljih matematičkih postignuća [49]. Važno je i *kompetitivno* (takmičarko) učenje, koje treba djelovati stimulirajuće na učenike/studente, budući da se na ovaj način u kompetencijama iz ovog predmeta. Naravno, ovakva vrsta učenja treba biti konstruktivna, tako da ne izaziva neprihvatljiv nivo agresivnosti, međusobno vrijeđanje učenika i slične negativne efekte.

Zanimljivo je da se objema vrstama učenja postižu bolje obrazovne efekte kod učenika u Hong Kongu, Japanu i Južnoj Koreji u odnosu na učenike u SAD [25]. Obje vrste učenja dovode do boljih matematičkih postignuća u sve četiri zemlje, međutim, njihovi pozitivni efekti su veći u azijskim zemljama. Obrazloženje ovakvih rezultata vjerovatno leži u činjenici da su azijske kulture kolektivističke, nasuprot zapadnjačkih (uključujući SAD), koje su okarakterisane kao individualističke. Pored toga, mnogo se raspravlja o tome zašto su matematička postignuća učenika iz istočnoazijskih zemalja veća od ovakvih postignuća učenika sa Zapada. Identifikovano je nekoliko razloga i objašnjenja, koja se odnose na razlike u načinu podučavanja: nastavnici u istočnoazijskim zemljama više insistiraju na kritičkom i analitičkom mišljenju o nastavnim sadržajima iz matematike [24], gradivo iz ovog predmeta prezentuju na jednostavniji način i češće traže od učenika da se uključe u nastavu [23].

Osobine nastavnika matematike koje doprinose učeničkim postignućima

Osim učeničkih zalaganja i uspješnosti u savladavanju sadržaja matematičkih kurikuluma, kao važan faktor ističu se nivo znanja i vještina nastavnika matematike, njihovo iskustvo, te osobine ličnosti, stepen motivisanosti, sposobnosti i stavovi prema svom predmetu i profesiji.

Znanja i vještine nastavnika matematike (pa i svih drugih nastavnika) možemo podijeliti na *pedagoško-psihološke* (metodička i didaktička znanja i vještine, te znanja iz razvojne, pedagoške i kognitivne psihologije) i *stručne kompetencije* (znanja predmeta koji se predaje i bar osnovna znanja o s njim povezanim oblastima). Učenici onih nastavnika koji već prvih dana nastave kreiraju podržavajuću i poticajnu atmosferu u učionici, u principu postaju produktivni, ostvaruju visoka matematička postignuća i rijeko izbjegavaju časove matematike [30].

S. Subramaniam i L. Cheong su se bavili samoprocjenama *emocionalne inteligencije* nastavnika matematike i drugih prirodnih nauka. Rezultati njihove studije mogu se sažeti na sljedeći način: obje grupe nastavnika procjenjuju svoj nivo emocionalne inteligencije kao "blago" iznadprosječan; grupe se ne razlikuju statistički značajno po svom prosječnom rezultatu na instrumentu korištenom za mjerenje ovog tipa inteligencije; kada se uzmu u obzir aspekti emocionalne inteligencije (upravljanje osjećanjima, emocionalna regulacija, te razumijevanje i izražavanje osjećanja), utvrđeno je da nastavnici matematike bolje regulišu vlastite i emocije drugih ljudi u odnosu na nastavnike ostalih prirodnih nauka [43].

Kada je riječ o *osobinama ličnosti* uspješnih nastavnika matematike, utvrđeno je da *savjesnost* (osjećaj dužnosti, težnja ka postignuću i samoeфикаsnost) pozitivno korelira kako sa uspjehom učenika tako i podržavajućom klimom koja vlada u odjeljenju. Još se ispostavilo da *asertivnost* ima facilitirajući učinak na učenje, održava pozitivnu atmosferu u učionici i učvršćuje ulogu nastavnika matematike kao lidera (sve prema [6]). Asertivnost je jedan od aspekata ekstraverzije (koja je spoj dinamičnosti, komunikativnosti, dominantnosti, energije i druželjubivosti) i u isto vrijeme osobina na kojoj se, između ostalih, temelji autoritet nastavnika.

U teoriji, istraživanjima i praksi, fokus je obično usmjeren na samomotivaciju učenika i studenata, te na nastavnikovu vještinu njihovog motivisanja. Rijetko se govori o *motivaciji* nastavnika za podučavanje, tj. da li je ona intrinzične ili ekstrinzične prirode. Nastavnik je ekstrinzično motivisan kada predaje, ocjenjuje učenike i obavlja ostale profesionalne dužnosti zbog plate, potencijalnog napredovanja, pohvale od strane direktora ili druge vrste (ne)materijalne nagrade. Njegova intrinzična motivacija se, s druge strane, zasniva na interesovanju za svoj predmet i svojevrsnom užitku (zadovoljstvu, unutrašnjoj ispunjenosti) u prenošenju znanja studentima. Intrinzično motivisan nastavnik predaje zbog samog procesa predavanja (aktivnost *per se*) i usavršava svoja znanja i vještine zato što mu je sam proces profesionalnog razvoja zanimljiv i ugodan. Naravno, neki nastavnik može biti motivisan i ekstrinzično i intrinzično.

Jedno od rijetkih istraživanja u ovom domenu matematičkog obrazovanja jeste ono koje su provele S. Bieg, S. Backes i W. Mittag sa nastavnicima i učenicima jedne škole u Njemačkoj. Ove autorke su ispitivale intrinzičnu motivaciju učenika, te percipiranu autonomiju i brigu nastavnika za njih. Pored toga, ispitan je i nivo intrinzične motivacije nastavnika, uz njihove procjene vlastite podrške autonomiji učenika i brige o njima. Rezultati ukazuju da stepen intrinzične motivacije nastavnika nije u statistički značajnoj korelaciji sa nivoom intrinzične motivacije učenika, međutim, *briga za učenike* bila je u niskim do umjerenim pozitivnim korelacijama sa sve tri ispitivane varijable kod učenika [8]. Dakle, nastavnici koji pokazuju da im je stalo do učenika i njihovih problema obično djeluju na učenike tako da ovi postaju intrinzično motivisani za dati predmet, smatrajući da im je omogućeno dovoljno slobode i izbora tokom nastave. Učenici i nastavnici se prilično slažu oko toga koliku brigu i podršku pokazuju nastavnici prema njima.

M. Ulug, M. Ozden i A. Eryilmaz utvrdili su da gotovo svi učenici osnovnih i srednjih škola, te studenti na turskim fakultetima smatraju kako *pozitivan stav nastavnika* i njihov odnos prema učenicima/studentima dovodi do boljih obrazovnih ishoda [47]. Dodatni rezultat je da ovakav pozitivan odnos po mišljenju učenika i studenata ima i dalekosežnije posljedice, tj. da utiče i na lakše ostvarenje životnih ciljeva. Dakle, korektnost postupaka nastavnika, ljubav prema svom poslu, podrška i percepcija učenika kao ličnosti (a ne samo "kroz ocjene" ili sposobnosti), pozitivno se odražava na karakter učenika i studenata (tj. sigurnost u sebe i kasnije u životu). Ovo istraživanje potvrđuje nalaze iz prethodno opisane studije provedene u Njemačkoj.

Istraživanje koje se bavilo stavovima vaspitača o matematici [44], rezultiralo je nalazom da većina njih (60%) ima pozitivan stav prema matematici, gotovo duplo manje nastavnika (35%) neutralan, a njih 5% izrazito pozitivan stav o svom predmetu. Ovo istraživanje je bitno jer su vaspitači (pored npr. roditelja, starije braće i sestara) važan faktor u sticanju fundamentalnih matematičkih koncepata kod djece

predškolske dobi. Da oni kojim slučajem imaju negativan stav prema matematici, bar bi nesvjesno zaobilazili matematičke teme prilikom ranog odgoja i obrazovanja djece.

Prilikom istraživanja osobina nastavnika matematike, treba imati na umu da treba napraviti jasnu razliku između samopercepcija nastavnika (tj. njihovog poimanja i procjene vlastitih osobina, motivacije, sposobnosti...) i percepcija/procjena koje daju učenici i studenti. Takođe treba naglasiti da je riječ o subjektivnim procjenama, koje bi vjerovatno bile drugačije da su angažovani nezavisni, trenirani procjenjivači koji bi na objektivan način procijenili kako zalaganje i ponašanje nastavnika, tako i nivo i vrstu motivacije učenika.

Osobine učenika i njihova matematička postignuća

Čini se da *ličnost* igra minornu ulogu u matematičkim postignućima učenika i studenata. Ipak, ova uloga nije i posve neznčajna. Tako je u istraživanju koje su proveli J. Nye i njegovi saradnici u Rusiji utvrđeno da su ugodnost (tj. prijatnost, skromnost i kooperativnost) i emocionalna stabilnost studenata u niskim pozitivnim i statistički značajnim korelacijama sa njihovim uspjehom na testu iz matematike [28]. Kada se rezultati prikažu posebno za muškarce i žene, primjećuje se da su pomenute korelacije statistički značajne jedino u uzorku žena.

Kada je riječ o *motivaciji*, A. Tella je utvrdio da je motivacija za postignućem veća kod učenika koji su ostvarivali bolje rezultate na testovima znanja iz matematike [45]. *Potreba za postignućem* je u uskoj vezi sa savjesnošću kao dimenzijom ličnosti, te se rezultati ovog istraživanja mogu nadovezati na dio nalaza iz prethodno opisane studije. Može se pretpostaviti da je ova potreba, takođe, povezana sa samoreguliranim učenjem, a time i sa ispravnim i učestalim korištenjem metakognitivnih strategija.

S. Pečjak i njeni saradnici su, pored ostalog, ispitivali povezanost crta ličnosti, *samoefikasnosti*, *prokrastinacije* (tendencije ka odlaganju učenja i drugih obaveza) i *interesovanja* srednjoškolaca za matematiku sa njihovim završnim ocjenama iz ovog predmeta. Rezultati ove studije upućuju na niske negativne i statistički značajne korelacije završnih ocjena iz matematike sa ekstraverzijom, ugodnošću i prokrastinacijom, te niske do umjerene statistički značajne korelacije pomenutih ocjena sa savjesnošću, samoefikasnošću i interesovanjem za matematiku [31]. Korelacije crta ličnosti sa završnom ocjenom iz matematike bile su jako niske, te je njihova značajnost mogla biti i rezultat slučaja. Međutim, ostale navedene varijable izgleda doprinose objašnjavanju matematičkih postignuća. Manja prokrastinacija, visok nivo samoefikasnosti i izraženo interesovanje za matematiku dovode do boljih rezultata na testovima iz matematike. Kao najbolji prediktor matematičkih postignuća među analiziranim varijablama, pokazalo se interesovanje za matematiku [31].

Navike učenja matematike, tj. vrijeme provedeno u učenju ovog predmeta trebale bi biti važna determinanta matematičkih postignuća. Rezultati istraživanja su nejednoznačni: navike učenja u nekim studijama (npr. [40]) gotovo uopšte ne doprinose u objašnjavanju varijanse uspjeha na testovima iz matematike, a u drugima (npr. [3]) samo 3 do 12% varijanse matematičkih postignuća. Mogući razlog nedovoljno visoke povezanosti navika učenja i matematičkih postignuća leži u neadekvatnom korištenju vremena za učenje. Često se dešava da učenici/studenti neefektivno provode vrijeme učeći i vježbajući matematiku, tako što pokušavaju memorisati dijelove zadataka ili čak cijele zadatke za koje pretpostavljaju da će biti na testovima. Drugi previd učenika i studenata jeste nerazumijevanje mnogih matematičkih koncepata ili površno usvojena znanja o njima. Kvalitetno provedeno vrijeme u učenju matematike podrazumijeva pažljivo i odgovorno planiranje procesa učenja i vježbanja zadataka (šta će se naučiti, koje strategije treba koristiti, kako će se rasporediti učenje, kada će se ponavljati gradivo, na koji način i koliko dugo će se uvježbavati naučeno, i slično).

Rezimirajući ovaj odjeljak, može se konstatovati da interesovanje za matematiku, osjećaj samoefikasnosti u vezi sa uspjehom na ovom predmetu, izražena potreba za postignućem (u manjoj mjeri i savjesnost) doprinose uspjehu učenika i studenata na testovima iz matematike.

Zaključak

Prikazana istraživanja pokazuju da je najvažnija odrednica uspjeha na školskim testovima iz matematike visoka fluidna ili generalna inteligencija. Nije zanemarljivo ni djelovanje metakognitivnih strategija (tj. nadgledanje i regulacija procesa učenja i rješavanja zadataka), kao ni interesovanje za matematiku generalno i za ovaj predmet (kolegij). Međutim, ispostavilo se da su osobine ličnosti jako slabi

prediktori matematičkih postignuća. Isto tako, ni navike učenja nisu u prvom redu determinanti uspjeha u matematici.

Kada je riječ o nastavnicima matematike, najučinkovitiji su oni nastavnici koji su savjesni, asertivni i koji pokazuju iskrenu brigu o svojim učenicima ili studentima. Poticanje diskusije, primjene naučenih saznanja, te otkrivanje matematičkih obrazaca od strane učenika važne su odrednice uspješnog podučavanja ovog predmeta (kolegija). Nastavnik matematike treba omogućiti učenicima/studentima i priliku za kooperativno i kompetitivno učenje, budući da ovakvi oblici savladavanja matematičkog gradiva imaju pozitivne efekte na učenička postignuća. U nekim budućim istraživanjima, potrebno je istražiti motivaciju nastavnika za prenošenje znanja učenicima, te povezanost učinka njihovih profesionalnih znanja i vještina na uspjeh učenika/studenata u matematici.

Posebna tema su učenici i studenti koji su nadareni za matematiku. Nastavnik treba biti svjestan njihovih potreba i sposobnosti, te individualizirati pedagoški pristup "po mjeri" ovakvih profila učenika/studenata. Darovitost u oblasti matematike treba kanalizirati tako da se ne zanemari ni socioemocionalni aspekt života ove djece i adolescenata.

Treba potcrtati i doprinos kognitivne psihologije osvjetljavanju mentalnih procesa koji leže u pozadini rješavanja matematičkih problema. Nastavnici matematike bi, bar okvirno, trebali biti upoznati sa saznanjima dobijenim u istraživanjima mentalnih reprezentacija, kognitivnih stilova, strategija učenja i mentalnih sposobnosti.

Reference

- [1] O. Akkus i E. Cakiroglu. The effects of multiple representations-based instructions on seventh grade students' algebra performance. *Proceedings of CERME 6*, (2010), 420-429.
- [2] T. Amabile. *Creativity in context*. Boulder, CO: Westview Press, 1996.
- [3] E. Andrea i S. Roldan. Revisiting the study habits and performance in math of grade 7 students: A basis for a proposed enhancement program. *Scholarly Journal of Science Research and Essay*, 5(1)(2016), 6-10.
- [4] M. Ashcraft i E. Kirk. The relationship among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130(2)(2001), 224-237.
- [5] M. Ashcraft i J. Krause. Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic Bulletin & Review*, 14(2)(2007), 243-248.
- [6] K. Bastian, D. McCord, J. Marks i D. Carpenter. A temperament for teaching? Associations between personality traits and beginning teacher performance and retention. *AERA Open*, 3(1)(2017), 1-17.
- [7] S. Bayat i R. Tarmizi. Assessing cognitive and metacognitive strategies during algebra problem solving among university students. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8(2010), 403-410.
- [8] S. Bieg, S. Backes i W. Mittag. The role of intrinsic motivation for teaching, teachers' care and autonomy support in students' self-determined motivation. *Journal for Educational Research Online*, 3(1)(2011), 122-140.
- [9] G. Blatto-Vallee, R. Kelly, M. Gaustad, J. Porter i J. Fonzi. Visual-spatial representation in mathematical problem solving by deaf and hearing students. *The Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 12(4)(2007), 432-448.
- [10] D. Blazar. Effective teaching in elementary mathematics: Identifying classroom practices that support student achievement. *Economics of Education Review*, 48(2015), 16-29.
- [11] C. Carroll. *Developing math confidence*. Gainesville, FL: University of Florida, Counseling Center, 2003.
- [12] I. Deary, S. Strand, P. Smith i C. Fernandes. Intelligence and educational achievement. *Intelligence*, 35(2007), 13-21.
- [13] S. Derry. Cognitive schema theory in the constructivist debate. *Educational Psychologist*, 31(3/4)(1996), 163-174.

- [14] A. Devine, K. Fawcett, D. Szucs i A. Dowker. Gender differences in mathematics anxiety and the relation to mathematics performance while controlling for test anxiety. *Behav Brain Funct.*, 8(33)(2012), 1-9.
- [15] R. Duit. The constructivist view: a both fashionable and fruitful paradigm for science, education research and practice. *Constructivism in Education Seminar*, Athens, GA: University of Georgia, 1992.
- [16] R. Duval. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(2006), 103-131.
- [17] S. du Toit i G. Kotze, Metacognitive strategies in the teaching and learning of mathematics. *Pythagoras*, 70(2009), 57-67.
- [18] A. Gagatsis i I. Elia. The effects of different modes of representation on mathematical problem solving. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2(2004), 447-454.
- [19] H. Gardner. *Changing minds: The art and science of changing our own and other people's minds*. Boston MA.: Harvard Business School Press, 2006.
- [20] E. Goldstein. *Cognitive psychology: Connecting mind, research, and everyday experience* (drugo izdanje). Belmont, CA: Wadsworth Cengage Learning, 2008.
- [21] G. Gresham. A Study exploring exceptional education pre-service teachers' mathematics anxiety. *IUMPST*, 4(2010), 1-14.
- [22] P. Leone, M. Wilson i C. Mulcahy. *Making it count: Strategies for improving mathematics instruction for students in short-term facilities*. Washington, DC: NDTAC, 2010.
- [23] F. Leung. Some characteristics of East Asian mathematics classrooms based on data from the TIMSS 1999 video study. *Educational Studies in Mathematics*, 60(2005), 199-215.
- [24] Y. Liu, A. Wu i B. Zumbo. The relation between outside of school factors and mathematics achievement: a cross-country study among the U.S. and five top- performing Asian countries. *Normes*, 6(2006), 1-35.
- [25] V. Ma i X. Ma. A comparative analysis of the relationship between learning styles and mathematics performance. *International Journal of STEM Education*, 1(3)(2014), 1-13.
- [26] S. Mandaci Ş ahin i F. Kendir. The effect of using metacognitive strategies for solving geometry problems on students' achievement and attitude. *Educational Research and Reviews*, 8(19)(2013), 1777-1792.
- [27] National Council of Teachers of Mathematics. *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA: Author, 2014.
- [28] J. Nye, E. Orel i E. Kochergina. Big Five personality traits and academic performance in Russian universities. *Basic Research Program Working Papers*, 2013 (dostupno na: https://www.researchgate.net/publication/256063521_Big_Five_Personality_Traits_and_Academic_Performance_in_Russian_Universities).
- [29] G. Özsoy i A. Ataman. The effect of metacognitive strategy training on mathematical problem solving achievement. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 1(2)(2009). 68-83.
- [30] H. Patrick, J. Turner, D. Meyer, i C. Midgley. How teachers establish psychological environments during the first days of school: Associations with avoidance in mathematics. *Teachers College Record*, 105(8)(2003), 1521-1558.
- [31] S. Pečjak. The role of personality and subject-specific motivation in students' achievement in math and mother tongue. *Društvena istraživanja*, 25(4)(2016), 503-522.
- [32] P. Pintrich, D. Smith, T. Garcia i W. McKeachie. *A manual for the use of the Motivated Strategies for Learning Questionnaire (MSLQ)*. Ann Arbor, MI: National Center for Research to Improve Postsecondary Teaching and Learning, 1991.

- [33] G. Ramirez i S. Beilock. Writing about testing worries boosts exam performance in the classroom. *Science* 331(2011), 211-213.
- [34] C. Rasmussen i O. Kwon. An inquiry-oriented approach to undergraduate mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(3)(2007), 189-194.
- [35] J. Renzulli. The three ring conception of giftedness: A developmental model for creative productivity, *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, 1984 (dostupno na: http://gifted.uconn.edu/wp-content/uploads/sites/961/2015/01/The_Three-Ring_Conception_of_Giftedness.pdf).
- [36] F. Richardson i R. Suinn. The Mathematics Anxiety Rating Scale. *Journal of Counseling Psychology*, 19(6)(1972), 551-554.
- [37] P. Ruohotie. Motivation and self-regulated learning. U P. Ruohotie i P. Grimmet (ur.), *New themes for education in a changing world*. Tampere: Career Development Centre, 1994.
- [38] V. Siadat. Using mathematics to improve fluid intelligence. *Notices of the AMS*, 58(3)(2011), 432-433.
- [39] W. Siebers. *The relationship between math anxiety and student achievement of middle school students*. Doktorska disertacija. Fort Collins: Colorado State University, 2015.
- [40] P. Singh. Academic achievement in mathematics in relation to study-habits. *International Journal of Innovative Research and Development*, 4(5)(2015), 302-306.
- [41] B. Sriraman. The characteristics of mathematical creativity. *The Mathematics Educator*, 14(1)(2004), 19-34.
- [42] B. Sriraman, P. Haavold i K. Lee. Creativity in mathematics education. U S. Lerman (ur.), *Encyclopedia of mathematics education*, London: Springer, 2014, 109-115.
- [43] S. Subramaniam i L. Cheong. Emotional intelligence of science and mathematics teachers: A Malaysian experience. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 31(2)(2008), 132-163.
- [44] K. Sweeting. *Early years teachers' attitudes towards mathematics*. Magistarski rad. Brisbane City, QLD: Queensland University of Technology, 2011.
- [45] A. Tella. The impact of motivation on students' academic achievement and learning outcomes in mathematics among secondary school students in Nigeria. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 3(2)(2007), 149-156.
- [46] T. Tikhomirova, I. Voronina, J. Marakshina, E. Nikulchev, I. Ayrapetyan i T. Malykh. The relationship between non-verbal intelligence and mathematical achievement in high school students. *SHS Web of Conferences*, 29(2016), 1-3.
- [47] M. Ulug, M. Ozden i A. Eryilmaz. The effects of teachers' attitudes on students' personality and performance. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 30(2011), 738-742.
- [48] W. Wei, H. Yuan, C. Chen i X. Zhou. Cognitive correlates of performance in advanced mathematics. *British Journal of Educational Psychology*, 82(1)(2012), 157-181.
- [49] E. Zakaria, C. Lu Chung i M. Daud. The effects of cooperative learning on students' mathematics achievement and attitudes toward mathematics. *Journal of Social Sciences*, 6(2)(2010), 272-275.
- [50] E. Zakaria i N. Nordin. The effects of mathematics anxiety on matriculation students as related to motivation and achievement. *Eurasia Journal of Mathematics, Science, & Technology Education*, 4(1)(2008), 27-30.
- [51] E. Zakaria, N. Zaim, N. Ahmad i A. Erlina. Mathematics anxiety and achievement among secondary school students. *American Journal of Applied Sciences*, 9(11)(2012), 1761-1765.
- [52] T. Zuo i Q. Hu. Spatial cognitive style and its relationship with spatial abilities. *Advances in Psychological Science*, 23(6)(2015), 959-966.