

Utvrđivanje nivoa razumijevanja nekih osnovnih logičkih pojmova studenata studijskog programa za predškolsko obrazovanje na pedagoškim fakultetima u Bihaću i Bijeljini¹

Branislav Boričić², Bernadin Ibrahimpašić³, Edin Lidan⁴ i Daniel A. Romano⁵

Sažetak:

Polazeći od značaja kontinuiranog logičkog obrazovanja, čak i u predškolskom uzrastu, izvršeno je istraživanje na bazi kojeg se procjenjuje nivo razumijevanja osnovnih logičkih pojmova studenata studijskog programa za predškolsko obrazovanje na nekim pedagoškim fakultetima u BiH. U radu se sumiraju i analiziraju dobijeni rezultati, koji su apsolutno obeshrabrujući, i daju komentari i prijedlozi sa ciljem da se prevaziđu teškoće.

Ključne riječi i fraze: Osnovni logički pojmovi; Podučavanje logike.

Abstract:

Based on the significance of continuous logical education, even in the pre-elementary stage, a research was conducted, providing a basis for assessing the level of comprehension of basic logical ideas by the students of the Department for Pre-elementary education at several faculties of education in Bosnia and Herzegovina. The paper provides the summary and analysis of the absolutely discouraging results gained in the research and also gives comments and suggestions for overcoming the current difficulties.

ZDM Subject Classification: B50, D60, E30

Key words and phrases: Fundamental logic notions; Logic teaching.

1. Uvod

Neprimjetna nit logičkog obrazovanja se proteže od prvih spoznaja svijeta i, naravno, nastavlja od predškolskog uzrasta, uz osmišljene programe i sadržaje, tokom čitavog školskog sistema. No, i pored toga, kolokvijalno govoreći, većina ljudi, uključujući i studente nastavnčkih fakulteta, ne zasniva svoje razmišljanje i zaključivanje na principima logike. (Duran-Guerrier, 2008; Duran-Guerrier and Barrier, 2008). Većina onih koji podržavaju ovu tvrdnju pozivaju se na studije u psihologiji pokazujući da ljudsko razmišljanje ne može biti modelovano prema sintaktičkim pravilima deriviranim iz logike iskaza. U ovim studijama fokus je uglavnom bio na implikaciji zbog specifične uloge ove logičke veze u deduktivnom zaključivanju. Analizirajući poteškoće koje se identifikuju kod učenika/studenata u vezi s upotrebom implikacije, ne mali broj istraživača procjenjuje da je (tradicionalna, klasična dvovalentna) algebra sudova suviše siromašna da bi bila model koji bi mogao da pokrije učeničko/studentско razumijevanje u nastavi matematike. U ne malom broju slučajeva matematički iskazi uključuju i predikatski račun.

¹ Ovaj članak je dio istraživačkog projekta „Ustanovljavanje obrazovnih nivoa u matematici“ koji realizuje Naučno društvo matematičara Banja Luka

² Ekonomski fakultet u Beogradu, e-mail: boricic@ekof.bg.ac.rs

³ Pedagoški fakultet u Bihaću, e-mail: bernadin@bih.net.ba

⁴ Pedagoški fakultet u Bihaću, e-mail: lidjan_edin@hotmail.com

⁵ Pedagoški fakultet u Bijeljini, e-mail: bato49@hotmail.com

Pojmovi implikacije, negacije i kvantifikacije su tri koncepta koja se nalaze u jezgru matematičkih aktivnosti, i, prema tome, u mnogim procesima konceptualizacije u matematici (Durand-Guerrier, 2008). Ovladavanje svojstvima ova tri koncepta je važno kako za razumjevanje matematike tako i za usvajanjem vještina argumentacije i dokazivanja na naprednijem logičkom nivou. Usvajanje logičkih znanja i ovladavanje tehnologijama logičkih dedukcija, prema mišljenju mnogih istraživača matematičkog obrazovanja (Epp 1996, 1999, 2003; Dubinsky and Yiparaki, 2000; Rogalski and Rogalski, 2001), trebalo bi da bude realizovano prije prijelaza sa srednjoškolskog na akademski nivo. Međutim, taj dio posla srednjoškolski nastavnici matematike skoro nikada ne urade.

Procesi učenja su u centru interesovanja matematičkog obrazovanja kao naučnog domena. Oni su vrlo kompleksni. Dešavaju se u sredinama pod uticajem mnogih međusobno povezanih faktora koji utiču na procese učenja. Različiti teorijski okviri koji se danas koriste u domenu matematičkog obrazovanja nude različite pristupe procesima podučavanja i učenja i uzimaju u obzir uslove sredine i značajne faktore koji imaju uticaja na ove procese. Ni jedan od pojedinačnih okvira, procjenjuje se, ne može da obezbijedi puno razumijevanje kompleksnosti ovih fenomena. Svaki teorijski okvir slijedi svoju vlastitu logiku i ima vlastitu koherentnost. Pod svjetlom nekog od tih teorijskih konceptata posmatranje obrazovne realnosti se ostvaruje kroz specifična sočiva.

Krucijalno pitanje za matematičko obrazovanje je kako se nositi sa problemima koherencije i kompatibilnosti, da bi raznovrsnost sadašnjih pristupa podržavala naše razumijevanje procesa podučavanja i učenja matematike, te da bi bila efikasnija pomoć realizatorima nastave matematike. Nastavnici matematičkih sadržaja u predškolskom i osnovnoškolskom obrazovanju i vaspitanju moraju da prihvate da postoji složenost osnovnih elemenata matematike. Oni moraju da se bave tom kompleksnošću koja prevazilazi poznavanje i razumijevanje osnovnih objekata geometrije i aritmetičko-ranoalgebarskih struktura na nivou nižih razreda osnovne škole. Oni imperativno moraju da prihvate da transfer matematičkih ideja, predavajući osnovne elemente geometrije i aritmetike, predstavlja samo jednu polovinu ciljeva nastave matematike. Drugu polovinu ciljeva nastave čini ovladavanje alatima matematičkog mišljenja.

U okvirima kursa „Početni matematički pojmovi“ („Osnove matematike“) studenti studijskih programa za predškolsko obrazovanje pedagoških fakulteta u Bihaću (Univerzitet u Bihaću) i Bijeljini (Univerzitet u Istočnom Sarajevu) trebalo bi da, između ostalog, ovladaju definicijama baznih logičkih pojmova kao što su term, atom (elementarna formula) i formula, te da se upoznaju s osobinama logičkih veza (konjunkcije, disjunkcije, implikacije, ekvivalencije i negacije) te značenjima kvantifikatora. Trebalo bi, takođe, da ovladaju tehnikama kontrapozicije i DeMorganovih stavova.

U ovom radu prezentiraćemo nivo razumijevanja osnovnih logičkih pojmova kao i uobičajene poteškoće koje imaju studenti u razumijevanju tih pojmova i savladavanju ovih tehnika. Posebnu pažnju obratili smo na studentsko razumijevanje otvorene formule, razumijevanje i primjenu negacije te razumijevanje materijalne implikacije (čitanje, pisanje, konstrukcije konverzije i kontrapozicije). Glavne konstatacije izložene u ovom radu su:

- Kod učeničke/studentske populacije, koja je testirana, identifikovano je potpuno odsustvo iz njihovog vlastitog vokabulara baznih logičkih termina terma, atomarne formule i formule, te potpuna neinformiranost o značenjima i pravilnim upotrebama baznih logičkih veza konjunkcije, disjunkcije, implikacije, ekvivalencije i negacije.
- Korištenje 'pravila zaključivanja' kao što su modus ponens, modus tolens, kontrapozicija ili Aristotelovi silogizmi, stiče se utisak, kao da uopšte nije involvirano u njihovo rezonovanje unutar proizvoda zdravog razuma, a pogotovo ne unutar znanja i vještina ovladanih unutar matematičkog obrazovanja tokom srednje škole.
- Kod (statistički ubjedljive većine) ove populacije studenata nije bilo moguće konstatovati znanje, vještine i sposobnosti višeg nivoa od onog koje uobičajeno verifikujemo kao nivo 0 – potpuno nepoznavanje logičkog jezika i potpuno odsustvo vještina korištenja logičkog zaključivanja.
- Procjenjujući logičke sposobnosti studenata, koristeći se standardnim skalama u geometriji (van Hieleovi nivoi razumijevanja geometrije), nije bilo moguće konstatovati viši nivo razumijevanja geometrije od intervala nivoa 0 – 1 (ali bez doseganja nivoa 1).
- Utvrđujući nivoe ovladavanja vještinama korištenja i razumijevanja aritmetičko-ranoalgebarskih struktura (uz korištenje klasifikacija Shelley Kriegler) na nivou viših razreda osnovne škole utvrđena je, s izuzetkom poznavanja četiri opšte operacije s prirodnim brojevima, opšta odsutnost poimanja standardno korištenih pojmova ovih struktura.

2. Determnisanje problema

Postoji jedan važan zadatak matematičkog obrazovanja. To je razvoj sposobnosti pravilnog shvatanja zadatka, pravilnog razmišljanja, logičkog zaključivanja i usvajanja matematičkog mišljenja. Svako ima potrebu da nauči praviti analize, razlikovati hipotezu od činjenica, kritikovati, shvatati smisao postavljenih zadataka, praviti sistematizacije, egzaktno iznosititi svoje misli, i tome slično, a s druge strane – razvijati osjećaj za imaginaciju te snažiti svoj smisao za intuitivnost, sposobnost predviđanja rezultata, kao i sposobnost predviđanja ispravnih puteva rješavanja zadataka...

Studenti pedagoških fakulteta prethodno su uspješno okončali srednju školu u kojoj je trebalo da steknu uvid u znatan broj matematičkih ideja (iz aritmetike, algebre, geometrije i teorije brojeva), te ovladaju mnogim alatima deduktivnog zaključivanja. Trebalo bi da su osposobljeni da savladaju ideje i usvoje tehnologije matematičkog mišljenja planiranih kao poželjni ishodi srednjoškolskog obrazovanja i vaspitanja. Trebalo bi da su dobro pripremljeni za produbljivanje usvojenih i sticanje novih znanja na naprednijem logičkom nivou od srednjoškolskog nivoa. Trebalo bi da uspješnim okončanjem studija na akademskom nivou imaju znanja i vještine razumijevanja situacija i upravljanja njima koji zahtijevaju izraženije intelektualne sposobnosti od onih koji se stiču okončanjem osnovne i srednje škole. Konceptom srednje škole predviđeno je da se učenici osposobe da izgrađuju ili usvajaju već formirane algoritme za procjenu tuđe i svoje uspješnosti u postškolskim angažovanjima. Kursom „Osnove matematike“ planirano je da se ta neophodna znanja i vještine učvrste, prodube i sistematizuju.

U namjeri da se operacionaliziraju ovdje navedeni ciljevi akademskog kursa „Osnove matematike“ (Pedagoški fakultet u Bihaću), odnosno „Početni matematički pojmovi“ (kako se ovaj kurs naziva na Pedagoškom fakultetu u Bijeljini) matematičkoj logici posvećene su tri teme:

- I. Uvod u logiku: Alfabet matematičke logike i jezik prvog reda (elementarna sintaksa), aksiomatski sistem matematičke logike (klasični i intuicionistički logički sistemi i sistem minimalne logike), pravila zaključivanja (modus ponens i univerzalna generalizacija), teorem dedukcije.
- II. Logika sudova (sintaksa): formule koje sadrže implikaciju, formule koje sadrže konjunkciju, formule koje sadrže disjunkciju, formule koje sadrže negaciju, nezavisnost aksioma.
- III. Logika predikata (semantika): formule koje sadrže kvantifikatore i implikaciju, formule koje sadrže negaciju i jedan kvantifikator, formule koje sadrže konjunkciju i disjunkciju, zamjene, interpretacija, klasična logika propozicija – tabele istinitosti.

Uspješnim okončanjem ovog kursa studenti bi trebalo da usvoje definicije sljedećih pojmova: jezik prvog reda, term, atom, (otvorena, zatvorena) formula, teorija prvog reda. Trebalo bi da steknu znanja o procesima: tvrdnja/teorem, hipoteza, posljedica/konsekvent, dedukcija, modus ponens, modus tolens, obrat/konverzija, kontrapozicija, te da ovladaju tehnikama direktnog i indirektnog dokaza.

3. Istraživački metod

Subjekti ovih intervjuova (testiranja) bili su studenti studijskih programa za predškolsko obrazovanje na dva univerziteta u Bosni i Hercegovini, u Bihaću (Pedagoški fakultet u Bihaću – 23 studenta) i Istočnom Sarajevu (Pedagoški fakultet u Bijeljini – 77 studenata). Njima su ponuđena, između ostalog, pitanja u kojima je trebalo da se upotrebe termini terma, atoma i formule, te manifestuju vještine čitanja i pisanja formula. Trebalo je da kroz izradu testa manifestuju svoja razumijevanja logičkih pravila zaključivanja, modus ponens, modus tolens, konverzija, kontrapozicija, te djelovanje negacije na formule raznih tipova. Sasvim opravdano je postaviti pitanje: zašto je intervjuisana ova studentska populacija? To je populacija srednjoškolaca koja se operedijelila za ovaj studij jer, prema njihovom kazivanju, u kurikulumu ovog studija nema matematike, a kompleksnost nastavnog materijala bi trebalo da je prilagođena potrebama prakse – dakle, djeci uzrasta od 3 do 6 godina. Pri tome, zaboravljajući da je to akademski studij, što znači da ideje, znanja i vještine inkorporirane u nastavne sadržaje treba da razumiju, prihvate i ovladaju njima na nivou akademski obrazovanih osoba, uporno insistiraju da razumijevanju fenomena kojima bi trebalo da se

profesionalno bave (naravno, podržavani od ne malog broja akademskog osoblja fakulteta, menadžmenta univerziteta pa čak i od resornih institucija) budu u onom opsegu koji će im omogućavati obavljanje planirane profesionalne djelatnosti.

U skladu s intencijama Prvog⁶ i Drugog⁷ međunarodnog kongresa o alatima za podučavanje logike – „Podučavanje logičkog razumijevanja u srednjim školama“ istaćićemo glavne matematičko-logičko kognitivne domene s kojima bi trebalo da svršeni učenici srednje škole imaju čvrstu vezu. To su:

- (a) Procesi kodifikovanja i dekodifikovanja korištenja brojeva, grafova, funkcija ili specijalnih jezika;
- (b) Poznavanje konceptualne prirode prirodnih, cijelih i decimalnih brojeva, razlomaka, i iracionalnih brojeva, te njihovo predstavljanje i operacionalizacija;
- (c) Elaboriranje geometrijskih modela u ravanskoj i prostornoj geometriji;
- (d) Studije o funkcijama kao alatima za opisivanje informacija i za konstruisanje modela;
- (e) Korištenje različitih matematičkih alfabeti i jezika i njihova upotreba u odgovarajućim situacijama;
- (f) Korištenje matematičko-logičkog načina rezonovanja;
- (g) Prihvatanje ljepote matematičkih struktura.

Tokom podučavanja ovih dijelova matematike u srednjoj školi postoje mnogi dijelovi logike koji su involvirani unutar tih matematičkih tema, kao što su:

- (1) Razvoj jezika i relacija: verbalno, simbolički i grafički, sintaktički;
- (2) Formalizacija informacija u različitim (matematičkim) jezicima;
- (3) Uvažavanje zahtjeva preciznosti;
- (4) Korištenje logičkih veza, kvantifikatora i pravila zaključivanja (Modus ponens, ...);
- (5) Iskorištavanje nametanja restrikcija (a počesto i proširenja);
- (6) Razumijevanje uslovno-posljedičnih konteksta (potrebnih i dovoljnih uslova);
- (7) Predstavljanje veza dijagramima;
- (8) Konstruisanje dobro definisanih koncepata (primitivnih i izvedenih koncepata);
- (9) Dokazivanje (direktno ili indirektno) i pronalaženje kontraprimjera;
- (10) Shvatanje razloga postojanja i korištenja (formalnog) jezika i metajezika;
- (11) Razumijevanje i prevazilaženje paradoksa.

Antonia Huertas je još na Prvom međunarodnom kongresu za razvoj alatama podučavanja logike u srednjim školama iznijela sublimaciju mišljenja učesnika tog kongresa da bi učenici viših razreda osnovne škole i učenici srednje škole trebalo da vladaju sljedećim znanjima i vještinama:

- Formalizacije u različitim jezicima (takođe i u algebarskom jeziku);
- Partikularizacije i generalizacije;
- Rad sa logičkim vezama i njihovo različito predstavljanje;
- Definisane relacije;
- Studije o elementarnom konceptu teorije skupova;
- Elementarni koncepti izračunavanja: programi, jezici, algoritmi i slično;
- Strategije rješavanja nestandardnih problema (neke od njih u matematičkim kontekstima a neke u svakodnevnim kontekstima);
- Iskazivanje algoritama kojima se ostvaruju strategije dosezanja do preciznih rješenja;
- Konstruisanje dokaza u nekim jednostavnijim slučajevima.

U višim razredim srednje škole (16-19 godina) učenici bi trebalo da uz neveliki napor mogu da dokazuju i izvode dedukcije. Kurikulumi odgovarajućih razreda srednje škole trebalo bi da sadrže i sljedeće teme:

- Naivna teorija skupova. Kardinali.

⁶ 14. – 17., Juni 2000, University of Salamanka, Španija

⁷ 26. – 30., Septembar 2006, University of Salamanka, Španija

- Predstavljanje formalnih jezika (elementi formalnih jezika);
- Dokazi, elementi logičkih dokaza, primjeri u različitim jezicima (također i matematički dokazi kao jedan važan primjer);
- Konstrukcija kontraprimjera;
- Uvod u teorijsku izračunljivost;
- Metajezi i paradoksi.

Koristeći se ovom skalom, utvrdićemo kojim znanjima raspolažu i kojim vještinama vladaju studenti studijskog programa za predškolsko obrazovanje na dva univerziteta u Bosni i Hercegovini. Ovi parametri će biti analizirani u dva konteksta:

- I. Standardi koje zagovara Međunarodni kongres za razvoj alata podučavanja logike u srednjim školama. Potom, u dijelu refleksija, biće ponuđena promišljanja.
- II. Poželjni ishodi nastave matematike u osnovnim i srednjim školama u BiH.

Podsjetimo se šta je predviđeno nastavnim programom matematike za osnovnu školu⁸: Vještine kojima bi učenici trebalo da ovladaju i koje sposobnosti bi trebalo da steknu po uspješnom okončanju osnovne škole su sljedeće:

V razred osnovne škole: Uspoređivanje, nizanje, slijeđenje niza uputa, prostorno organizovanje i orijentisanje, vizuelizacija i vizuelno grupisanje, procjenjivanje, prepoznavanje obrasca, induktivno mišljenje, induktivno i analogno zaključivanje, različiti načini matematičkog izražavanja i komuniciranja, matematički jezik, prikupljanje, selekcija i korištenje informacija. Pri tome, učenici bi trebalo da mogu da se koriste *induktivnim i analognim mišljenjem* u rješavanju različitih zadataka i problema.

VI razred osnovne škole: Poređenje, nizanje, slijeđenje niza uputa, prostorno organiziranje i orijentisanje, vizualizacija i vizuelno grupisanje, procjenjivanje, prepoznavanje obrasca, induktivno mišljenje, induktivno i analogno zaključivanje, različiti načini matematičkog izražavanja i komuniciranja, matematički jezik, prikupljanje, selektiranje i korištenje informacija. Pri tome učenici bi trebalo da mogu: promatrajući otkrivati nova svojstva u okruženju i logički ih povezivati, nakon obavljenog zapažanja izvoditi zaključke, raditi po određenom planu, pripremati se za određeno napredovanje, koristiti pomagala za crtanje uglova, paralelnih i okomitih pravaca, matematičkim jezikom moći izražavati opće ideje.

VII razred osnovne škole: Brzo i tačno računanje (usmeno i pismeno), precizno izražavanje i simboličko zapisivanje, kombiniranje i racionalisanje postupaka u radu, samostalno otkrivanje novih činjenica, logičko mišljenje primjenom misaonih operacija komparacije, analize i sinteze, izvođenje pravilnih zaključaka putem indukcije i dedukcije, razvijanje mišljenja identifikacijom i diferencijacijom, samostalno sastavljanje zadataka. Pri tome učenici bi trebalo da mogu: raditi sistematično, ustrajno, precizno i postupno, logički povezivati podatke i izvoditi zaključke, prevoditi tekstualne zadatke na matematički jezik, planski pristupiti problemima i rješavati ih, sigurno i spretno koristiti geometrijski pribor, samostalno sticati znanje primjenom didaktičkog materijala, pripremati se za nastavak daljeg matematičkog obrazovanja.

VIII razred osnovne škole: Čitanje i razumijevanje matematičkih tekstova i simbolike, precizno formulisanje pojmova, razvijanje sposobnosti za posmatranje i zapažanje, kreativno mišljenje i rasuđivanje, da intuitivnim putem dolaze do uopštavanja, koriste indukciju, dedukciju i analogiju prilikom zaključivanja, sastavljanje matematičkih zadataka različite složenosti i strukture, razvijanje smisla za samostalan rad, samoučenje korištenjem matematičkog teksta (udžbenika). Pri tome, učenici bi trebalo da mogu: izražavati se matematičkim jezikom pismeno i usmeno, objašnjavati pravila i postupke, izvoditi i formulisati zaključke, prevoditi tekstualne zadatke na jednačine, raditi pregledno,

⁸ U okvirima ovog istraživanja napravljen je uvid u nastavne planove i programe matematike za osnovnu školu i srednje škole u BiH (FBiH i RS), Crnoj Gori, Hrvatskoj i Srbiji

postupno i sistematično, precizno i spretno koristiti nastavna sredstva (tabla, džepni računar) i geometrijski pribor, razumjeti odgovarajući sadržaj prirodnih nauka.

IX razred osnovne škole: Funkcionalno posmatranje i rasuđivanje, razvijanje sposobnosti sagledavanja zavisnosti u različitim matematičkim sadržajima, razvijanje istraživačkog duha i osjećaja zadovoljstva poslije riješenih zadataka, primjenjivanje matematičkog znanja na razne probleme iz svog okruženja, sticanje osnovne matematičke kulture potrebne za nastavljanje obrazovanja. Pri tome, učenici bi trebalo da mogu: uočavati funkcionalnu zavisnost u raznim oblastima i prikazivati ih na različite načine, usvojeno matematičko znanje primjenjivati u prirodnim naukama i tehnici, uspješno koristiti razne izvore znanja, pripremati se za samoobrazovanje.

U srednjoj školi učenici, prema nastavnom programu za prvu godinu, trebalo bi da mogu:

- (1) Usvojiti i razumjeti osnove iskaznog računa i teorije skupova. Uporebljavati skupovne i logičke operacije. Povezati iskazni račun sa skupovima. Naučiti i upotrebljavati simbolički matematički zapis.
- (2) Pamtili i ponavljati definicije logičkih operacija i primjenjivati ih na konkretnim zadacima. Razumijevati važnije zakone zaključivanja. Uočavati i analizirati veze koje se javljaju između logičkih i skupovnih operacija.
- (3) Razlikovati i upotrebljavati osnovne logičke pojmove kao što su: iskaz, istinitosna vrijednost iskaza, osnovne logičke operacije, iskazne formule, tautologije, važniji zakoni zaključivanja, kvantifikatori.
- (4) Na konkretnim primjerima ilustrovati šta je iskaz i njegova istinitosna vrijednost. Razumijeti važnije zakone zaključivanja. Savladati direktni i indirektni način dokazivanja da je neka formula tautologija. Pravilno matematički zapisivati i koristiti kvantifikatore.

Intervju (test) studenata studijskih programa za predškolsko obrazovanje sugerise zaključak o učeničkim logičkim znanjima, sposobnostima i vještinama koji se snažno razlikuje od standarda opisanih u ovoj tački teksta. Formira se slutnja da populacija srednjoškolske omladine koja se upisuje na studij za predškolsko obrazovanje na pedagoškim fakultetima raspolaže logičkim znanjima, sposobnostima i vještinama koje najčešće opisujemo kao nivo 0 – potpuno odsustvo pomenutih svojstava. Procjena konsekvenci ovog fenomena po društvenu zajednicu biće observirana u šestom dijelu ovog teksta.

4. Rezultati

Prva grupa, studenti u Bihaću (23 studenta), trebali su, između ostalog, da odgovore na konkretna pitanja vezana za prepoznavanje materijalne implikacije, čitanje implikacije, prepoznavanja otvorene i zatvorene formule, te pisanje formula bez ili sa negacijom.

Rezultati su sljedeći:

Prepoznavanje materijalne implikacije: 6 (+), 26.09%;
 Prepoznavanje otvorene formule: 5 (+), 21.74%;
 Čitanje formula: 12 (+), 52.17%;
 Čitanje implikacije: 3 (+), 13.04%;
 Pisanje formule sa negacijom 1: 3 (+), 13.04%;
 Pisanje formule sa negacijom 2: 8 (+), 34.78%;
 Pisanje formule bez negacije: 11 (+), 47.83%;

Studenti studijskog programa za predškolsko obrazovanje Pedagoškog fakulteta u Bihaću (treća godina studija) praćeni su kroz dvije generacije. Obrazovni standardi, inkorporirani u sylabus nastavnog predmeta „Osnove matematike“, na osnovu kojih je procjenjivana njihova uspješnost u nastavnom procesu ovog kursa, ne prevazilaze standarde koji se primjenjuju u prvom razredu opšte srednje škole u tzv. osnovnom nivou. Njihova uspješnost, kroz dvije generacije, identifikuje iako

skromnu uspješnost⁹, ipak znatno iznad identifikovane uspješnosti studenata istog programa Pedagoškog fakulteta u Bijeljini (prva godina studija). Autori ovog teksta su mišljenja da značajnost ovih razlika proizilazi iz znatno ozbiljnijeg odnosa prema svojim studentskim obavezama studenata treće godine u odnosu na još uvijek neizgrađen odnos prema tim obavezama studenata prve godine.

Druga grupa, studenati u Bijeljini (77 studenata), imali su potpuno različit intervju od studenata u Bihaću. Istraživačima je otvorena mogućnost da kroz test od 10 pitanja (s više potpitanja) steknu dublji uvid u znanja logičkog jezika, sposobnosti razumijevanja osnovnih logičkih pojmova (terma, atomarne formule i formule te funkcija i predikata), vještine manipulacije izgradnje formula, te konverzije i kontrapozicije datih formula.

Rezultati su sljedeći:

Prva grupa zadataka 1-3 (term, atom i formula)

Bodovi	10	9	8	7	6.67	5.5	4.5	3.3	2.5	0	Ø
1	2	1	3					7	2	41	21
2	3	1			2			3		46	22
3	3	1	1	1		9	1	2	5	27	27

Procjena uspješnosti (broj bodova ≥ 8) 3.46%

Procjena neuspješnosti (broj bodova ≤ 5): 88.31%

Procenat potpuno pogrešnih odgovora (broj bodova 0): 49.35%

Procenat studenata koji nisu uopšte odgovarali na pitanje (broj bodova Ø): 30.30%

Druga grupa zadataka 4-6 (Kvantifikatori)

Bodovi	10	9	8	7	6.67	5.5	4.5	3.3	2.5	0	Ø
4	10		1	1						13	52
5	2					1				20	54
6										16	61

Procjena uspješnosti (broj bodova ≥ 8) 5.63%

Procjena neuspješnosti (broj bodova ≤ 5): 93.51%

Procenat potpuno pogrešnih odgovora (broj bodova 0): 21.21%

Procenat studenata koji nisu uopšte odgovarali na pitanje (broj bodova Ø): 72.29%

Treća grupa zadataka (funkcije, predikati)

Bodovi	10	9	8	7	6.67	5.5	4.5	3.3	2.5	0	Ø
7			1			2	4		4	10	56
8							6		1	15	55

Procjena uspješnosti (broj bodova ≥ 8) 0.65%

Procjena neuspješnosti (broj bodova ≤ 5): 98.05%

Procenat potpuno pogrešnih odgovora (broj bodova 0): 16.23%

Procenat studenata koji nisu uopšte odgovarali na pitanje (broj bodova Ø): 72.08%

⁹ Istraživači su očekivali znatno veću uspješnost studenata treće godine. Bili su uvjerenja da je prirodno očekivati da studenti treće godine u toku realizacije kursa 'Osnove matematike' ostvare uspješnost iz ove teme najmanje 80%.

Zadatak 9 (konverzija, kontrapozicija)

Bodovi	10	9	8	7	6.67	5.5	4.5	3.3	2.5	0	Ø
9	1					2	2		16	19	37

Procjena uspješnosti (broj bodova ≥ 8) 1.30%

Procjena neuspješnosti (broj bodova ≤ 5): 96.10%

Procenat potpuno pogrešnih odgovora (broj bodova 0): 24.68%

Procenat studenata koji nisu uopšte odgovarali na pitanje (broj bodova Ø): 48.05%

Zadatak 10 (Negacija – DeMorganovi stavovi)

Bodovi	10	9	8	7	6.67	5.5	4.5	3.3	2	0	Ø
10									1	16	60

Procjena uspješnosti (broj bodova ≥ 8) 0.00%

Procjena neuspješnosti (broj bodova ≤ 5): 100%

Procenat potpuno pogrešnih odgovora (broj bodova 0): 20.76%

Procenat studenata koji nisu uopšte odgovarali na pitanje (broj bodova Ø): 77.92%

Broj studenata čija je uspješnost procijenjena 0: 37 – 48.05%

5. Analiza rezultata

Šta rezultati intervjua (testa) nedvosmisleno dokazuju?

Ovako ubjedljivo loši, slobodno možemo reći šokantni, rezultati ne daju mnogo prostora za dublje analize i raznovrsne zaključke. Međutim, daju puno inspiracije za prijedloge koji bi rezultirali unapređenjem nastave i poboljšanjem rezultata nekih novih generacija studenata na sličnim budućim testiranjima. O takvim prijedlozima će više biti riječi u završnom dijelu ovog teksta.

Dio neuspjeha studenata sigurno leži u neprilagođenoj nastavi i neprilagođenim nastavnim sadržajima njihovim mogućnostima i očekivanjima, ali i dio u nezainteresovanosti i slaboj motivisanosti studenata za logičko-metodološke sadržaje. Ovakve sadržaje studenti, ne samo na pedagoškim fakultetima, karakterišu kao suvišne i nepotrebne za obavljanje svoje profesije, jer u toj fazi svog školovanja uglavnom ne razumiju njihov značaj. Za takav stav često nalaze podršku i među nekim nastavnicima, koji, na žalost, takođe nisu u stanju da sagledaju ulogu i mjesto ove nastavne materije u savremenim obrazovnim programima i pored njenog permanentnog prisustva u njima u periodu dužem od 2000 godina na kulturnom, naučnom i prosvjetnom prostoru koji se često naziva Zapadnom civilizacijom.

U analizi uzroka pokazanih rezultata ne treba zanemariti ni uspjeh postignut u srednjoj školi kandidata koji upisuju studijske programe za predškolsko obrazovanje na pedagoškim fakultetima, a to je uspjeh koji ukazuje na kapacitet i ambicije tih kandidata sa kojim pristupaju nastavku svog školovanja, kao što treba imati na umu da je pri izboru ovakvih studijskih programa na većinu ovih kandidata presudno uticala činjenica da u njima nema matematičkih sadržaja. S druge strane, širi društveni značaj ovog kadra u zemljama našeg podneblja nije ni prepoznat, pa je to jedan začarani krug iz kojeg teško da se može izaći na put zdravog i sigurnog ekonomskog prosperiteta. Naime, bez temeljne reforme sistema obrazovanja i ozbiljnog dugoročnog finansijskog ulaganja države u ovu oblast, nema stabilnog i izvjesnog ekonomskog napretka društva.

Lošem rezultatu na testu bitno doprinosi činjenica da u studijskim programima za predškolsko obrazovanje na pedagoškim fakultetima izostaju značajniji matematički sadržaji.

6. Ograničenja i refleksije

Da li učenike srednjih škola treba podučavati matematičku ili opštu logiku? Na koji način treba podučavati logiku u srednjoškolskom obrazovnom sistemu? Da li treba podučavati samo klasičnu logiku? Da li to treba raditi na način kako je to sada uobičajeno? Ova i slična pitanja se pojavljuju prirodno. Autori ovog teksta su sigurni da većina članova akademske zajednice o ovim problemima nema nikakav osmišljen stav. Ili, u najblažem slučaju, dozvoljavaju podučavanje učenika srednje škole elementima klasične logike. Međutim, autori ovog teksta su bliži mišljenju da učenike srednjih škola treba podučavati tzv. minimalnoj logici uz mogućnost da proširenja idu u pravcu intuicionističke, klasične i rasplinite (fuzzy) logike.

Nije jasno kako društvena i akademska zajednica procjenjuju i zašto (implicitno) prihvataju da akademski obrazovane osobe ovog usmjerenja mogu da zadovolje nivoima razumijevanja geometrije i aritmetičko-ranoalgebarskih struktura te da vladaju vještinama na novou planiranom za niže razrede osnovne škole.

Reformisanje studijskih sadržaja i metoda rada mora teći postupno i umjereno, da bi se izbjegla svaka mogućnost kompromitacije dobrih ideja. Moraju se izvući pouke o revolucionarnim promjenama u percepciji matematike poteklih sredinom XIX vijeka u Gettingenu od L. Dirichleta, R. Dedekinda i B. Riemanna, te o nespretnom, radikalnom, nepromišljenom i neuspješnom pokušaju realizacije tih ideja u drugoj polovini XX vijeka kroz projekt tzv. *nove matematike (New Math)* (Devlin, 2004), prije svega u SAD, a dijelom i u Zapadnoj Evropi, koje ukazuju da bi konceptualne novine valjalo uvoditi u nastavne sadržaje oprezno, bez prava na pogrešku. To svakako podrazumijeva da bi svaki formalni opis logičkog zaključivanja i promovisanje aksiomatskog metoda morali biti popraćeni upečatljivim, pristupačnim, interesantnim i poučnim primjerima, kakvih ima puno ne samo u lingvistici, elementarnoj algebri i elementarnoj geometriji, već i u drugim, kako prirodnim, tako i društvenim naukama, kao i u svakodnevnom životu. Pri konstruisanju primjera najbolje je oponašati istorijski razvoj neke ideje. To oponašanje je naročito preporučljivo u primjerima iz matematike, jer studentima koji imaju averziju prema matematici, često zbog formalizma ili apstraktnosti izraženih u njoj, ne treba u obradi nekog pojma pristupati „s repa“ koji je obično već formalizovan i apstraktan. Treba poći od situacije i na način kako se to približno i istorijski odigravalo. Prednost u ovakvim ilustracijama bismo dali najjednostavnijim primjerima iz geometrije ili teorije skupova koji su praćeni odgovarajućim slikama i dijagramima, koji bi pojačali vizuelni doživljaj i doprinijeli boljem razumijevanju pojma koji se obrađuje. Mada elementarna geometrija (Boričić, 2006) i elementarna teorija skupova daju kontekst dovoljno bogat za ilustrovanje svih logičkih situacija koje se obrađuju u jednom ovakvom studijskom programu, nastavu treba obogaćivati i primjerima iz drugih oblasti.

Klasične se dvovalentne logike, kao najjednostavnije, ne možemo odreći u didaktici logičkih sadržaja, ali krajnji cilj mora biti prihvatanje ideje da je dvovalentna logika nedovoljna za opis i objašnjenje i najjednostavnijih situacija koje „polivalentni“ život nameće. Stoga se kao perspektiva, tek u naznakama, ukazuju polivalentne logike. U tom postupku, krucijalni je korak argumentacija uvođenja treće istinitosne vrijednosti, pored „istinito“ i „lažno“. Ako je takva argumentacija ubjedljiva, sva vrata, bilo ka beskonačnovalentnim (npr. intuicionističkoj), bilo ka rasplinitim (fuzzy) logikama, širom su otvorena. No prvi susret s implikacijom, kao formalnim sredstvom koje odslikava uzročno-posljedičnu deduktivnu vezu između hipoteze i zaključka, dovoljnog i potrebnog uslova, svakako mora biti baziran na dvovalentnoj logici (Boričić, 2005) i ilustrovan najraznovrsnijim afirmativnim primjerima, ali istovremeno i kontraprimjerima koji opovrgavaju jednu takvu vezu. To je umjesna prilika da se obrade i paradoksi klasične implikacije, te da se objasni pojam materijalne implikacije, kao i pojam relevantnosti hipoteza za zaključak.

Konačno, ključno pitanje je zašto u studijskim programima za predškolsko obrazovanje na pedagoškim fakultetima nema više matematičkih sadržaja? Da ih ima rezultati na testu iz logike bili bi znatno bolji! Da budemo sasvim jasni. Ovdje se ne zalažemo za uvođenje nekih složenijih matematičkih tema, već samo onih tema elementarne aritmetike (npr. upoređivanje brojnosti skupova s jednim, dva ili tri elementa relacijom „veće“) i elementarne geometrije (npr. klasifikacija poligona s tri, četiri ili pet tjemena) koje su u neposrednoj funkciji profesije vaspitača djece predškolskog uzrasta, na adekvatan način, a koje bi doprinijele boljem razumijevanju svih logičkih sadržaja koji se obrađuju.

Srednjoškolski obrazovni sistem pod snažnim uplivom iskonstruisanog javnog mnijenja od strane resornih institucija i menadžmenta obrazovnog sistema izbjegava primjenu bilo kakvih algoritama za

procjenu uspješnosti u usvajanju matematičkih ideja aritmetike, algebre i geometrije, i ovladavanju alatima logičkog i matematičkog načina mišljenja.

To, kao posljedicu, ima uvjerenje populacije svršenih srednjoškolaca da su znanja i vještine, kojima su ovladali tokom srednjoškolskog obrazovanja, standard koji je planski predvidjela ova društvena zajednica. Značajna distinkcija između uvjerenja ove populacije o svojim vlastitim sposobnostima i njihovih realnih sposobnosti u ne malom broju slučajeva dovodi do konfliktnih situacija. Konflikt se manifestuje kontinuiranim pritiskom javnog mnijenja na realizatore nastave matematike u srednjim školama u cilju odustajanja od primjene bilo kakvih algoritama za procjenu uspješnosti u nastavi matematike, s jedne strane, i s druge strane, osmišljenom politikom resornih institucija i menadžmenta univerziteta u cilju formiranja tzv. kritične mase univerzitetskih nastavnika čije strukovne i naučne kompetencije nemaju gotovo nikakve veze sa međunarodnom tradicijom u tim oblastima. Potom, takav univerzitet, proizvođači nastavni kadar za osnovnu i srednju školu, formira začarani krug u kojem se konflikt, o kojem je riječ, neće primjećivati.

Literatura

- [1] M. Artigue: *Teaching and learning mathematics at university level*. Plenary lecture at the Academy of Europe Conference on *The future of mathematics education in Europe*. Lisbon University, Portugal, 17th and 18th December, 2007.
- [2] Maria Bako: *Why we need to teach logic and how can we teach it?* International Journal for Mathematics Teaching and Learning; October 17, 2002.
- [3] Biehler, Scholz, Strässer and Winkelmann (Editors): *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*; MA: Kluwer, Norwell, 1994.
- [4] B. Boričić: *Potrebno \Leftarrow Dovoljno*, Nastava matematike, L(3) (2005), 1-8.
- [5] B. Boričić: *Logika trougla*, Nastava matematike, LI (1-2) (2006), 12-13.
- [6] G. Brousseau: *Theory of Didactical Situations in Mathematics*; Kluwer Academic Publisher, 1997.
- [7] M. C. Clarke: *A Comparison of Techniques for Introducing Material Implication*; The symposium of teaching logic and reasoning in illogical world, Rutgers University of New Jersey, 25-26 July, 1996.
- [8] M. D. Davis: *Mathematical Logic in the Undergraduate Curriculum*; Joint Mathematics Meetings, Atlanta, GA, January 5-8, 2005.
- [9] K. J. Devlin, *Sets, Functions, and Logic – An Introduction to Abstract Mathematics*, Chapman & Hall, CRC, Boca Raton, 2004.
- [10] E. Dubinsky and O. Yiparaki: *On student understanding of AE and EA quantification*, In Research Issues in Collegiate Mathematics Education IV (E. Dubinsky, A. H. Schoenfeld, and J. Kaput, editors), CBMS Issues in Mathematics Education, vol. 8, AMS, Washington, DC, 2000, 239–289.
- [11] V. Durand–Guerrier: *Which notion of implication is the right one? From logical considerations to a didactic perspective*, Educational Studies in Mathematics 53(2003), 5-34.
- [12] V. Durand–Guerrier and T. Barrier: *Interactions between Philosophy and Didactic of Mathematics. The case of logic, language and reasoning*, 11th International Congress on Mathematical Education, ICME 11, Mexico, 2008.
- [13] V. Durand–Guerrier: *About logic, language and reasoning at the transition between French upper Secondary school and University; Negation, implication and quantification*; 11th International Congress on Mathematical Education, ICME 11, Mexico, 2008.
- [14] L. English (editor): *Handbook of International Research in Mathematics Education* (2nd ed.). Routledge, New York and London: 2008.
- [15] S. S. Epp: *The language of quantification in mathematics instruction*; In: *Developing Mathematical Reasoning in Grades K–12*, (F. R. Curcio and L. V. Stiff, eds.), National Council of Teachers of Mathematics, 1999, 188–197.
- [16] S. S. Epp: *A Cognitive Approach to Teaching Logic and Proof*, The symposium of teaching logic and reasoning in illogical world; Rutgers University of New Jersey, 25-26 July, 1996.
- [17] S. S. Epp: *The Role of Logic in Teaching Proof*, American Mathematical Monthly, 110 (10, Dec. 2003), 886-899.
- [18] G. D. Foley: *Teaching Logic to Prospective Elementary and Middle School Mathematics Teachers; Preliminary Report*; Joint Mathematics Meetings, Atlanta, GA, January 5-8, 2005.
- [19] M. McKoen: *A pedagogical approach to a foundation for the definition of validity in the First-order Logic*; The symposium of teaching logic and reasoning in illogical world; Rutgers University of New Jersey, 25-26 July, 1996.
- [20] I. T. Nelson, R. L. Ratliff, G. Steinhoff and G. Mitchell: *Teaching logic to auditing students: Can training in logic reduce audit judgment errors?* The Symposium of Teaching Logic and Reasoning in Illogical World, Rutgers University of New Jersey, 25-26 July, 1996.

- [21] J. Rogalski and M. Rogalski: *How do graduate mathematics students evaluate assertions with a false premise?* PME 25 (2001), Vol. 4, 113-120.
- [22] D. A. Romano: *Osnove matematike; Prvi dio: Uvod u matematičku logiku*; MAT-KOL (Banja Luka), Posebna izdanja, Broj 3(2005), A4, 1-164.
- [23] D. A. Romano: *Matematička logika, Knjiga 1*; MAT-KOL (Banja Luka), Posebna izdanja, Broj 7(2008), B5, 1-2, 1-3, 1-163.
- [24] D. A. Romano: *Istraživanje matematičkog obrazovanja*; IMO, Vol. I(2009), Broj 1, 1-10.
- [25] D. A. Romano: *Metodika matematike – naučna disciplina?* V Symposium “Technology, Informatics and Education for Learning and Knowledge Society”, Novi Sad, 19-20.06.2009. Institut za pedagoška istraživanja Beograd, Centar za primenu nauke, tehnologije i informatike Novi Sad, Prirodno-matematički fakultet Novi Sad, Tehnički fakultet Novi Sad, Novi Sad 2009, 1-13.
- [26] A. Sierpiska and J. Kilpatrick (editors): *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (vols. 1 & 2). Kluwer Academic Publishers: Great Britain, 1998.
- [27] P. Suppes: *Mathematical logic for the schools*; The Arithmetic Teacher, 9(1962), 396-399.
- [28] D. O. Tall, (editor): *Advanced Mathematical Thinking*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1991.
- [29] *The first international congress on tools for teaching logic*; 14-17 Jun, 2000, University of Salamanka, Spain (Saopštenja dostupna na web-portal: <http://aracne.usal.es/congress/proceeding.html>)
- [30] *The second international congress on tools for teaching logic*; 26-30 September, 2006, University of Salamanka, Spain (Saopštenja publikovana u Logic Journal of the IGPL, Vol. 15(2007), No.2.)
- [31] *Okvirni nastavni planovi i programi matematike za osnovnu školu u Bosni i Hercegovini*, Ministarstvo obrazovanja i nauke, Kanton Sarajevo, Federacija Bosne i Hercegovine, Sarajevo, 2009.
- [32] *Nastavni planovi i programi matematike za srednje škole u Bosni i Hercegovini*